

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Приладобудівний факультет
Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

« ____ » _____ 20__ р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерно - інтегровані технології
та системи навігації і керування»

спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

на тему: «Розробка робастної системи автоматичного керування
одновимірного об'єкту»

Виконав (-ла):

студент (-ка) IV курсу, групи ПГ-61

Прозор Дмитро Сергійович _____

Керівник:

Доцент, кандидат технічних наук

Мураховський Сергій Анатолійович _____

Рецензент:

Старший викладач, кандидат наук

Маркіна Ольга Миколаївна _____

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.

Студент (-ка) _____

Київ – 2020 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Приладобудівний факультет
Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Напрямок підготовки (програма професійного спрямування) – 151

Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

«___» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Прозору Дмитру Сергійовичу

1. Тема роботи «Розробка робастної системи автоматичного керування одновимірною об'єктом», керівник роботи Мураховський Сергій Анатолійович затверджені наказом по університету від «___» _____ 20__ р. № _____
2. Термін подання студентом проекту _____
3. Вихідні дані до роботи: тип системи керування – одновимірний, об'єкт керування – одновисний гіростабілізатор непрямого типу, максимальний момент інерції платформи – 10^{-3} кгм², максимальне перерегулювання в системі – 20 %, час закінчення перехідного процесу – до 0,5 с.
4. Зміст пояснювальної записки: огляд схем побудови робастних систем автоматичного керування; вибір типу системи; математична модель об'єкта керування; визначення характеристик регулятора на базі коригуючої ланки; синтез робастного регулятора на базі критерію H_{∞} ; моделювання та порівняльний аналіз отриманих результатів систем керування побудованих двома методами.
5. Перелік графічного матеріалу (із зазначенням обов'язкових креслеників, плакатів, презентацій тощо): презентація (15-20 слайдів), рисунки, схеми в пояснювальній записці.

6. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломного проекту	Термін виконання етапів проекту	Примітка
1.	Огляд літературних джерел	15.04.2020	
2.	Розробка математичної моделі	26.04.2020	
3.	Синтез робастного регулятора	10.05.2020	
4.	Моделювання	20.05.2020	
6.	Оформлення пояснювальної записки	10.06.2020	

Студент

Дмитро ПРОЗОР

Керівник проекту

Сергій МУРАХОВСЬКИЙ

АНОТАЦІЯ

Представлена робота присвячена розробці робастної системи автоматичного керування одновимірною об'єкту. Як одновимірний об'єкт використовується одновісний гіростабілізатор непрямої дії.

В роботі вирішено наступні задачі: обрано тип робастного регулятора на основі проведеного аналізу існуючих технологій побудови робастних систем (H^∞), проведено аналіз динаміки об'єкту керування, проведено синтез робастного регулятора на основі заданих величин зовнішніх збурень та характеристик об'єкту керування, проведено моделювання роботи розробленої системи в заданому діапазоні збурень, та зроблено порівняльний аналіз з відомими регуляторами, визначено похибки отриманої системи керування та запропоновано шляхи їх зменшення

В роботі також розглянуті основні положення та поняття робастних систем керування, їх утворення та використання у сучасних навігаційних системах. Представлені головні характеристики, що описують робастний принцип роботи. Розкриті питання використання робастних методів керування в системах із збуренням.

Ключові слова: робастність, робастні системи керування, регулятор.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	2
ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД РОБАСТНИХ СИСТЕМ.....	8
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ДИНАМІКИ ОБ’ЄКТА	17
2.1 Рівняння поступального руху гіростабілізованої платформи	19
2.2 Основні допущення.....	25
2.3 Вимоги до системи стабілізації	27
2.4 Вихідні дані та постановка задачі	28
2.5 Рівняння руху. Вибір параметрів, що забезпечують задану точність	30
2.6 Технічні засоби, що забезпечують бажані частотні характеристики. Підсилювач стабілізації.....	38
2.7 Схема реалізації частотної характеристики коригуючої ланки. Методика розрахунку	45
2.8 Особливості роботи системи стабілізації, звязані з умовною стійкістю .	52
РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ РОЗРОБЛЕНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ	59
ВИСНОВОК.....	73
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	75

ВСТУП

Теорія автоматичного керування прогресує в розвитку ефективного аналізу функціонування, вивченні ефективних автоматичних систем та пристроїв як у теоретичному дослідженні так і в застосуванні отриманих знань на практиці. Великий крок також зроблено у галузь дослідження та розробки методів для синтезу оптимальних систем керування. Такий стрімкий розвиток пов'язаний з особливим прогресом у сфері обчислювальних приладів та відповідного програмного забезпечення для них, що дали змогу фахівцям у сфері дослідження теорії автоматичного керування перевести свої роботи на зовсім новий рівень.

Розвиток теорії автоматичного управління з кінця 50-х років в значній мірі пов'язана з роботами Р. Калмана та Р. Бьюсі з оптимальної лінійної фільтрації, а також А. М. Лєтова та Р. Калмана по синтезу лінійних динамічних систем, оптимальних по квадратичному критерію якості. Роботи цих геніїв науки дали змогу використовувати отримані теорії в різних сферах техніки та науки і дозволили вирішити принципово нові теоретичні та прикладні задачі.

У той же час, можна було побачити, що теорії оптимальних систем, які намагалися застосувати у різних технічних задачах, при синтезі квадратичним критерієм якості є дуже чутливими та вибагливими до параметрів реального об'єкту, його основних технічних характеристик та вхідних і шкідливих сигналів, від чого ці системи ставали не оптимальними, і більше того втрачали здатність працювати в тому середовищі, при якому була вирішена теоретична задача їх роботи.

Через це, уже на початку 80-х років почали з'являтися рішення оптимальних задач синтезу систем автоматичного керування, що дозволяли уникати вищезазначених недоліків.

У сучасний етап розвитку теорії автоматичного управління характерною є постановка та вирішення задач, при умові якщо точні характеристики про об'єкт керування і збурення, що діють на нього, задані не точно. Задачі синтезу регулятора і оцінки стану з врахуванням невизначеності в моделі об'єкту і характеристиках вхідних

дій є одними з центральних в сучасній теорії керування. Особливою перевагою такого синтезу є те, що напередодні розв'язання будь-якої технічної задачі існують невизначеності та помилки в моделі об'єкту, оскільки реальна модель об'єкта керування може сильно відрізнитися від математичної, що була отримана на основі теорії або в результаті ідентифікації.

Метою даної роботи являється розробка системи автоматичного керування, яка забезпечить надійну роботу об'єкту керування при заданих характеристиках зовнішніх збурень. Така система буде володіти низькою чутливістю, зберігала стійкість і задовольняти вимогам, що пред'являються до її якості, у досить великому діапазоні зміни параметрів.

Актуальність робастного керування полягає в тому, що синтезована за критеріями стійкості оптимальна система керування може мати меншу чутливість до зміни параметрів або більшу. У першому випадку говорять про грубість системи або про її робастність, у другому – система практично непрацездатна, оскільки щонайменше відхилення параметрів (їхня невизначеність) веде до втрати стійкості. Таким чином, постановка задачі робастного керування пов'язана з вимогою збереження працездатності системи за наявності невизначеностей в її описі. [1]

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД РОБАСТНИХ СИСТЕМ

Еволюція систем управління різними об'єктами і технологічними процесами йде по шляху врахування випадкових збурень, а також збільшення числа параметрів, що регулюються та контролюються, покращення технічних засобів автоматизації.

Починаючи з 70-х років в результаті пошуку способів підвищення інваріантності систем до змін параметрів з'явилися роботи в області синтезу робастних і інтервальних систем. тримав найбільший розвиток на межі століть і представлені роботами Бобцова А. А., Никифорова В. О., і Шашіхіна В. Н., але вони все одно мали досить обмежені можливості з точки зору забезпечення відмовостійкості ці методи залишаються пасивними.

До початку ХХІ століття розвиток технічних засобів автоматизації дозволяє проводити великі обсяги обчислень і аналізу в режимі реального часу та стають можливими пасивні методи забезпечення інваріантності до змін в системі. Такий активний розвиток почався з появи методів, структур і алгоритмів адаптивного управління в працях В. Н. Антонова, І. Ю. Тюкіна. , В. О. Никифорова, А. Л. Фрадкова та ін, а також в роботах багатьох зарубіжних дослідників[3]. У 1990-х роках дискретні системи знову привели увагу дослідників проблем керування, оскільки постала проблема робастністю, через це й були побудовані графічні критерії робастної стійкості таких систем та методи синтезу робастних регуляторів для них [4].

Розвиток даного типу технології був спричинений необхідністю створення принципово нового способу реалізації, аналізу і синтезу систем автоматичного керування для будь-якої сфери застосування із використанням загального поняття про об'єкт та знанням лише про необхідні вимоги, які він має виконувати. З часом системи автоматичного управління розвиваються і потребують більш затратного способу їх реалізації, що впливає на час розробки таких систем, їх вартість та енергозатратність їх створення.

Інтеграція можливих моделей та схем в детерміновану систему управління передбачає отримання інформації про взаємодії, що також зв'язано з придбанням відповідних технічних засобів, вимірювання та обробки інформації та практичної реалізації цих схем для організації управління. У результаті такого «розширення» систем керування сприяє появі додаткових затрат на її комплектацію, монтаж та експлуатацію, що в результаті приводить до збільшення вартості продукції. Таким чином, збільшення затрат на оновлення систем керування може привести до парадоксу зниження ефективності виробництва від їх функціоналу. Через це важливо визначити не лише раціональний перелік параметрів, що будуть контролюватися, але й обрати алгоритм та схеми, які дозволять мінімізувати затрати на інформаційне забезпечення, організацію та функціонування систем керування [2].

В більшості системи даного типу будуть функціонувати в умовах невизначеності без надходження повної інформації про деякі параметри, які використовуються в керуванні та в зміні статичних характеристик. Системи, що базуються на даних принципах відносяться до класу робастних систем, що походить від англійського слова *robust*, яке являється аналогом могутий, дужий, сильний та міцний[9].

Стандартні методи синтезу систем керування роблять припущення, що моделі об'єкта і регулятора відомі і вони мають сталі параметри, проте, це зовсім не так. Модель реальної фізичної системи завжди буде неточною з наступних причин:

- Зміна параметрів в силу тих чи інших обставин;
- Динамічні властивості, не враховані в моделі;
- Не враховане запізнювання за часом;
- Зміна положення робочої точки (положення рівноваги);
- Шум датчика;
- Непередбачувані зовнішні збурення.

Головною і принципово новою є ідея по синтезу робастного керування, щоб, використовуючи один розроблений регулятор, можна було забезпечити стійкість замкнутої системи не тільки не враховуючи помилки моделі об'єкта, а й для системи,

яка володіє допустимими змінами якості при неточності моделі або її зміні та для будь-якого об'єкту, що належить множині «збурених» об'єктів, визначуваних класом невизначеності.

Проектування робастних систем управління – одна із складних проблем сучасної теорії управління. Тільки тоді, коли система керування володіє характеристикою забезпечення стійкості при зміні параметрів об'єкту керування в певних межах називається робастною стійкістю. Стійкість – це одна з найважливіших характеристик системи, про не її не можна вважати єдиною. Час регулювання, точність, перерегулювання мають також забезпечуватися, відповідно до поставлених вимог. Можна вважати, що дані властивості впливають на якість робастної системи, але не впливають на стійкість. Обмеження на якість управління можуть призначатися як в часовій, так і в комплексній області.

Робастне керування — сукупність методів теорії управління, метою яких є синтез такого регулятора, який забезпечував би хорошу якість управління (наприклад, запас стійкості), якщо об'єкт керування відрізняється від розрахункового або його математична модель невідома. Отже, робастна робастністю можна назвати достатньо малу зміну виходу замкнутої системи управління при зміні параметрів об'єкту управління. Зазвичай, саме робастні системи використовуються у тих випадках, коли математична модель об'єкта є цілком не описана або містить невизначеності.

Головним завданням синтезу робастних систем управління є пошук закону управління, який зберігав би вихідні змінні системи і сигнали помилки в заданих допустимих межах не дивлячись на наявність невизначеностей в контурі управління. Невизначеності можуть приймати будь-які форми, проте найбільш істотними є шуми, нелінійності і неточності в знанні передавальної функції об'єкту управління.



Рис. 1.1. Канонічна задача робастного керування

Загальна канонічна задача робастного управління (Рис. 1.1) математично описується в наступному вигляді: нехай передавальна функція об'єкту управління — $P(s)$. Необхідно синтезувати такий контролер з передавальною функцією $F(s)$, щоб передавальна функція замкнутої системи задовольняла наступній нерівності, яка називається критерієм робастності:

$$\frac{1}{K_m(W_{yu}(j\omega))} < 1 \quad (1.1)$$

$$\text{Де } K_m(W_{yu}(j\omega)) = \inf \left[\sigma_n(\Delta) \mid \det((I - W_{yu}(j\omega)\Delta) = 0 \right]$$

Δ - матриця невизначеностей

σ_n - n-е сингулярне число матриці

K_m можна розглядати як «розмір» найменшої невизначеності на кожній частоті, яка може зробити систему нестійкою. Для того, щоб внести до робастного синтезу вимоги за якістю управління, використовується фіктивна невизначеність Δ_n . При її відсутності задача стає задачею забезпечення робастної стійкості. У робастному аналізі потрібно знайти K_m , як границю стійкості, в робастному синтезі потрібно визначити передавальну функцію регулятора для відповідності критерію робастності.

Структура системи, що включає потенційні невизначеності, зображена на рис. 1.2. Дана модель враховує шум датчика $N(s)$, непередбачуване збурення $D(s)$ і об'єкт управління $G(s)$ з неврахованою динамікою або параметрами, схильними до зміни. Всі ці фактори можуть бути дуже значними, тому проблема полягає в тому, щоб система, синтез якої проводиться, зберігала бажану якість.

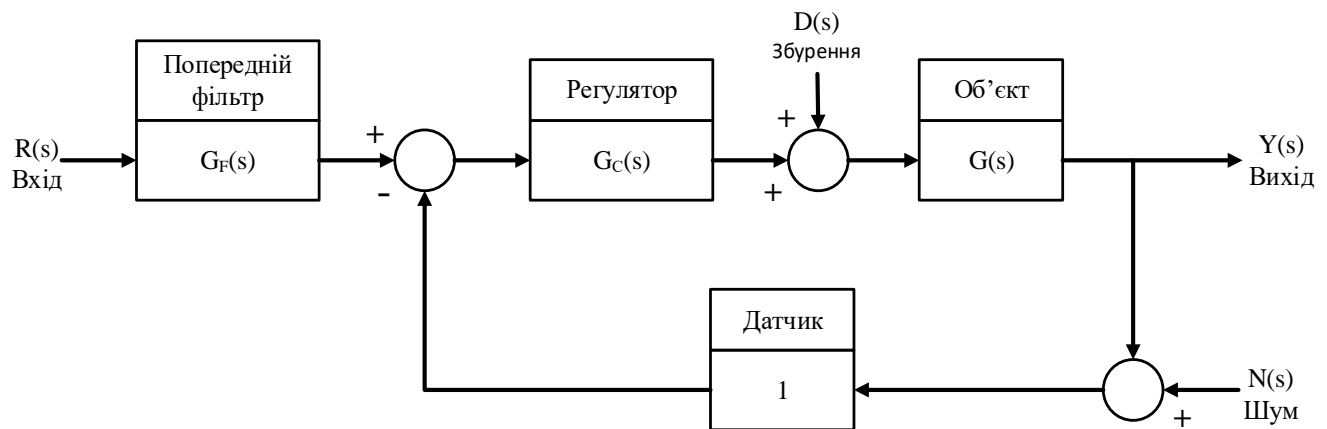


Рис. 1.2. Структурна схема замкнутої структури керування

Заздалегідь від робастної системи потрібно, щоб вона:

- мала низьку чутливість до входних зовнішніх збурень;
- зберігала стійкість та мала, відповідно до вимог, потрібний запас стійкості;
- зберігала свої властивості, згідно з вимогами, що пред'являються до її якості, у досить широкому діапазоні змін параметрів;

Робастність – це параметр, який вказує те, наскільки система є чутливою до чинників, що не враховуються під час синтезу та аналізу, тобто – внутрішніх шумів датчиків, зовнішніх збурень та фізичних особливостей реального об'єкту, якими нехтують у зв'язку з їх незначущістю. Отримана система має протидіяти цим факторам та виконувати завдання, заради якого вона була створена.

Коли відбуваються малі зміни параметрів, як міру робастності можна брати диференціальні чутливості.

Чутливість системи визначається так:

$$S_a^T = \frac{\partial T / T}{\partial a / a} \quad (1.2)$$

де a - параметр, а T - передавальна функція системи.

Метою робастного керування являється проектування регулятора, який би задовольняв критерії системи із зовнішнім збуренням. Таке керування може об'єднувати в собі якості класичного, нечіткого та адаптивного[9].

Розвиток робастної теорії управління бере початок від статей Зеймса, де були викладені нові критерії оптимальності при H_∞ -синтезі багатомірної передатної функції замкнутої системи. Це використання було засноване на тому, що саме H_∞ -норма може бути мірою підсилення системи. H_∞ -норма передаточної функції є енергією виходу системи при подачі на вхід сигналу з одиночною енергією. Отже, якщо виходом є помилка, а входом – збурення, то мінімізуючи H_∞ -норму передаточної функції, ми мінімізуємо енергію помилки для найскладніших умов зовнішнього збурення на систему. У скалярному випадку норма такої функції кінечна і дорівнює максимальному значенню амплітудно-частотної характеристики.

Одним з найважливіших внесків у розвитку робастного синтезу систем автоматичного керування є роботи Дойла та Стейна, що дали початок розробці робастних та грубих систем, при наявності невизначеностей.

В 1989 році, виходячи результатів досліджень попередників, був сформований новий принцип підходу до розв'язання задачі H_∞ -оптимізації, який називається «2-

Ріккаті підхід». Його основна робота полягає в тому, що оптимальна задача замінялася субоптимальною. Цей принцип з'єднує в собі метод простору станів і класичну теорію автоматичного керування. У результаті ми отримуємо, що постановка задачі відбувається в частотній області, а вирішення виконується з використанням методу простору станів, а також це дає можливість під час проектування задати ті характеристики якості, які потрібні для замкнутої системи.

В рамках «2-Ріккаті підходу» шуканий оптимальний регулятор в формі спостерігача визначається на основі рішення двох багатомірних рівнянь для фільтрації і оптимального керування в сенсі мінімуму H_∞ -норми замкнутої системи. Використовуючи регулятори, що використовують такий критерій, забезпечують оптимальну стійкість і максимальну протидію зовнішнім збуренням. Зараз виконання синтезу H_∞ -регуляторів в рамках «2-Ріккаті підходу» прийняті в якості стандарту.

Проектування робастної системи полягає у створенні регулятора за певною технологією:

H_∞ -синтез – технологія, за якою можна працювати як з стійкістю, так і з чутливістю системи. Замкнутий контур регулятора завжди стійкий. Даний метод потребує великої уваги до точності підбору параметрів об'єкта управління.

H_2 -синтез – синтез, що має схожі характеристики з H_∞ , але до цього ми отримуємо точне формулювання передатної функції контролера, проте в результаті виконання великої кількості ітерацій відбуваються великі розрахункові затрати.

LQG-синтез – лінійно-квадратичне гаусівське управління. Набір математичних методів для синтезу систем з від'ємним зворотнім зв'язком. Синтез відбувається методом мінімізації зворотнього квадратичного функціоналу. Такий тип не гарантує запас стійкості, потребує точної моделі об'єкта і в той час виконує велику кількість ітерацій [5].

LQR-синтез – лінійно-квадратичний регулятор. Класичне рішення опирається на вирішення матричного рівняння Ріккаті, на основі якого і знаходиться матриця коефіцієнтів регулятора. Цей синтез забезпечує робастну стійкість та використовує

безінерціальний регулятор. Недоліками цього типу є необхідність зворотнього зв'язку на всьому векторі стану та точна модель об'єкта [6].

μ -синтез – синтез, виконання якого зводиться до почергової мінімізації верхньої границі для μ по регулятору і мінімізації цієї границі при знайденому регуляторі. При цьому не гарантується що максимальний робастний регулятор буде знайдений. Такий синтез працює з широким класом невизначеностей, але має великий порядок контролера [7].

Зазвичай регулятор налаштовується на номінальну модель об'єкта (розділі 2), проте при реалізації регулятор підключається не до моделі, а до реального об'єкту. Через це при експлуатації спостерігається розходження між сигналами керування. Цю різницю сигналів на виході системи керування в умовах структурної невизначеності і похибок зручно фільтрувати H_∞ робастним регулятором (розділ 3).

Теорія H_∞ -оптимізації – це загальний метод вирішення задачі розробки моделі з одним входом та виходом на багатомірні системи, що дає можливість розв'язати задачу з урахуванням невизначеностей. H_∞ -теорія може працювати як з параметричними, так і з зовнішніми збуреннями, при чому про збурення роблять тільки найбільш загальні припущення, наприклад, що вони обмежені по потужності. H_∞ -норма є ефективним гарантованим показником реакції системи на різноманітного типу дії при наявності невизначеності в описі об'єкту. Створення математичних та технічних методів побудови систем керування при наявності різноманітних невизначеностей складає зміст робастної теорії керування. Вважати прикладом такої розробки може служити задача робастної стабілізації по одному або по декільком каналам, коли потрібно розробити регулятор, який при будь-якому збуренні (наприклад кроковому чи гармонічному) забезпечував би стійкість замкненої системи та давав необхідні показники якості системи.

Алгоритми керування, отримані на основі H_∞ -теорії, є мінімаксними, і пропонують найкращий регулятор для найгіршого збурення, а отже дають змогу отримати найкращі показники, при найскладніших умовах роботи системи. З іншого боку, коли фахівець, що працює на розробкою системи керування володіє даними про

зовнішні збурення, які будуть надходити до системи, то результат стандартного підходу розробки буде більш вдалим ніж робастний.

Одним з ключових корків в H_∞ методі це безпосередньо вхідні та вихідні вагові функції. Ці вагові функції використовуються для нормування входу та виходу і відображення часових та частотних залежностей вхідних збурень та робочих характеристик вихідних змінних (похибок). Отже, вагові характеристики використовуються для задання необхідних властивостей системи керування. Наприклад, у зворотному зв'язку стоїть сенсор, який має шум, зазвичай високоточний, так як вагова функція буде свого роду границею, яку контроллер не повинен перетнути, щоб відфільтрувати шум сенсора.

Робастні регулятори, що синтезовані за критерієм H_∞ , володіють малою чутливістю до структурних і параметричних збурень, проте їх динамічні характеристики часто виявляються незадовільними у зв'язку із зайвою «обережністю» робастних регуляторів, розрахованих на роботу системи в найбільш не сприятливих умовах.[8]

РОЗДІЛ 2

АНАЛІЗ ДИНАМІКИ ОБ'ЄКТА

Загальна задача дослідження одновісного каналу стабілізації, у тому числі на віброуючій основі, розкладається зазвичай на ряд окремих задач. При цьому у кожному конкретному випадку сама математична модель об'єкта регулювання може істотно змінюватися. Наприклад, ГСП може бути безредукторною або редукторною, причому в одних випадках редуктор можна вважати абсолютно жорстким, а в інших необхідно враховувати його пружні властивості та люфти в зачепленнях. Через це доцільно скласти рівняння руху каналу стабілізації в загальному вигляді з урахуванням всіх перелічених вище факторів, так, щоб всі інші, необхідні в подальшому форми запису рівняння руху, отримати як окремі випадки з початкового рівняння.

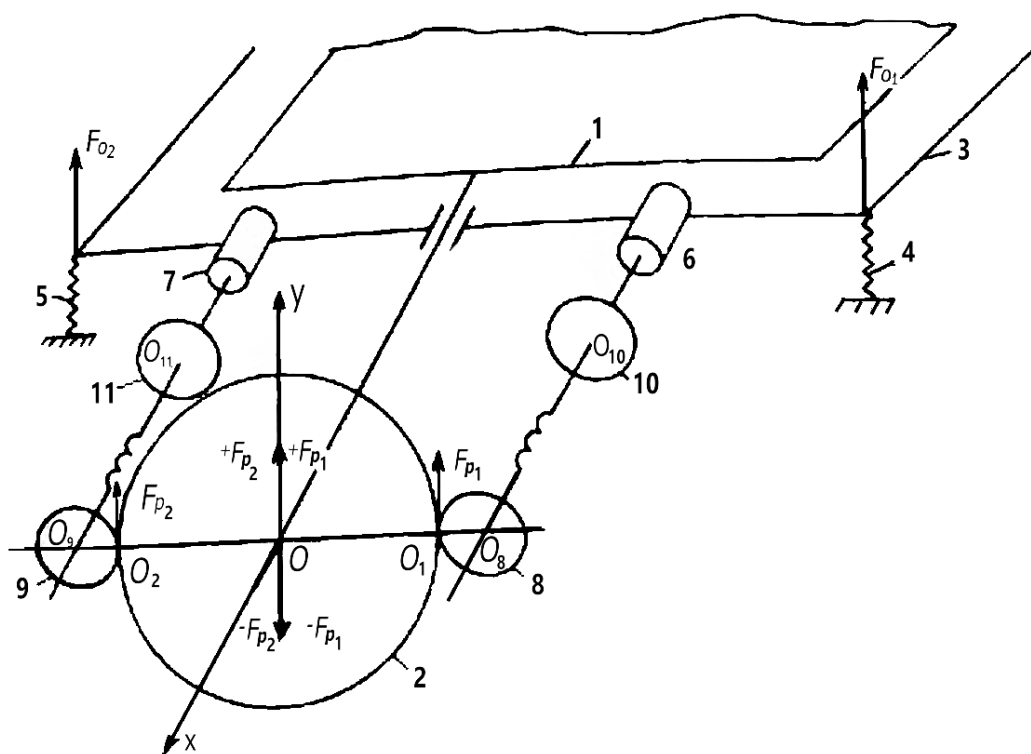


Рис. 2.1 Кінематична схема двовісного ГСП з урахуванням пружності редуктора

Розглянемо модель ГСП, зображену на рис. 2.1. Стабілізатор (СП) 1 з жорстко закріпленим на ній зубчастим колесом 2 може обертатися в підшипниках відносно

корпусу 3 навколо осі Х. Корпус ГСП зв'язаний з основою через два амортизатора 4 та 5. СП стабілізується двома двигунами 6 та 7 з редукторами. Для вибірки люфта в редукторі на двигун стабілізація подається таким чином, щоб при відсутності зовнішнього збурення моменти від двох двигунів були рівні по величині та протилежні за напрямком. Перевага такої схеми компенсації люфта в редукторі розглянуті в 2.2. Для деякого скорочення проміжних викладок і спрощення рівнянь руху введений ряд пропозицій, справедливості яких була підтверджена багатьма дослідниками, а саме:

1. Момент інерції редуктора, приведений до осі двигуна, дуже малий порівняно з моментом інерції ротора.

2. Будемо вважати, що редуктор складається з одної пари зчеплень. На валу редуктора знаходиться проміжне колесо, жорстко зв'язане з вихідною віссю двигуна. Пружна піддатливість редуктора визначається піддатливістю осі між вихідною шестернею (8 і 9) та проміжним колесом (10 і 11), хоча слід розуміти, що піддатливість редуктора залежить від піддатливості підшипників, осей, зім'яття зубів і т.д.

3. Люфт редуктора визначається люфтом в кінематичній передачі між колесами 8 та 10, 9 та 11 відповідно.

Введемо наступні позначення:

y, y_0 – координати, що характеризують поступальне переміщення центра мас ГСП та основи відповідно;

$\alpha, \beta, \theta, Q_1, Q_2$ – абсолютні кути повороту роторів двигунів 6 та 7;

Q_{10}, Q_{20} – відносні кути повороту роторів двигунів 6 та 7;

$\Delta a_1, \Delta a_2$ – деформації амортизаторів 4 та 5 відповідно;

$\Delta Q_1, \Delta Q_2$ – кут повороту шестерні 8 навколо колеса 10 і шестерні 9 навколо колеса 11 відповідно (пружний кут редуктора);

δ_1, δ_2 – половина зони люфта у відповідному редукторі;

m – сумарна маса ГСП (амортизованої частини);

I_1, I_2 – момент інерції СП і корпусу відповідно;

$I_1^D, I_2^D, h_1^D, h_2^D, M_1^E, M_2^E$ – моменти інерції, коефіцієнти демпфування і електромагнітні моменти двигунів стабілізації 6 та 7 відповідно;

$C_{a_1}, C_{a_2}, h_{a_1}, h_{a_2}$ – лінійна жорсткість і коефіцієнти демпфування амортизаторів 5 і 4 відповідно;

$2L$ – відстань між амортизаторами;

C_{p_1}, C_{p_2} – кутова жорсткість редукторів;

R – радіус колеса 2;

r – радіус шестерень 8, 9, 10, 11;

a_1, a_2 – точки зчеплення колеса 2 з шестернею 8 та 9 відповідно;

$O_2, O_8, O_9, O_{10}, O_{11}$ – центри відповідних шестерень;

F_{a_1}, F_{a_2} – сили що діють на корпус зі сторони амортизаторів 5 та 4 відповідно;

F_{p_1}, F_{p_2} – сили, що діють в зчепленні в точках a_1, a_2 відповідно;

Будемо вважати, що сили F_{p_1} та F_{p_2} , прикладені до колеса 2, направлені в додатному напрямку. Тоді до шестерні 8 та 9 зі сторони колеса 2 будуть прикладені сили F_{p_1} та F_{p_2} , направлені у від'ємному напрямку. Стан рівноваги системи не зміниться, якщо в точці O_2 прикласти сили $+F_{p_1}, -F_{p_1}, +F_{p_2}, -F_{p_2}$, а в точках O_8 та O_9 – сили $-F_{p_1}, +F_{p_1}$ та $-F_{p_2}, +F_{p_2}$, відповідно. отже, до колеса 2 буде прикладений момент $(F_{p_1} - F_{p_2})R$ та сила $+F_{p_1}, +F_{p_2}$, яка через підшипники передається на корпус; аналогічно до колеса 8 прикладені момент $F_{p_1}r$ та сила що діє через підшипники на корпус; до колеса 9 – момент $-F_{p_2}r$ та сила $-F_{p_2}$, що передається на корпус через підшипники.

2.1 Рівняння поступального руху гіростабілізованої платформи

На корпус діють сили зі сторони амортизаторів та сили нормальних реакцій в підшипниках осей стабілізації і двигунах, при чому останні попарно взаємознищуються, та рівняння поступального руху ГСП приймають вид:

$$m\ddot{y} = F_{a_1} + F_{a_2}. \quad (2.1)$$

$$\text{Очевидно,} \quad F_{aj} = -h_{aj}\dot{\Delta a}_j - C_{aj}\Delta a_j \quad (j=1,2). \quad (2.2)$$

З кінематичної схеми ГСП, що зображена на рис. 2.1, та прийнятих вище позначеннях будемо мати

$$\Delta a_1 = y - y_0 + L(\beta - \theta); \quad \Delta a_2 = y - y_0 - L(\beta - \theta). \quad (2.3)$$

Для скорочень запису введемо додаткові позначення

$$\left. \begin{aligned} C_{a_1} + C_{a_2} &= C_a, \quad C_{a_1} - C_{a_2} = C'_a, \quad C'_a = \varepsilon_1 C_a; \\ h_{a_1} + h_{a_2} &= h_a, \quad h_{a_1} - h_{a_2} = h'_a, \quad h'_a = \varepsilon_2 h_a; \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

де ε_1 та ε_2 визначаються з виразів

$$\left. \begin{aligned} C_{a_1} &= \frac{C_a(1+\varepsilon_1)}{2}; \quad C_{a_2} = \frac{C_a(1-\varepsilon_1)}{2}; \\ h_{a_1} &= \frac{h_a(1+\varepsilon_2)}{2}; \quad h_{a_2} = \frac{h_a(1-\varepsilon_2)}{2}; \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Крім того, позначимо

$$\frac{h_a}{m} = 2\xi_{a_2}\Omega_{a_1}; \quad \frac{C_a}{m} = \Omega_{a_1}^2, \quad (2.6)$$

де Ω_{a_1} та ξ_{a_1} – власна частота і відносний коефіцієнт затухання лінійних коливань СА.

З урахуванням виразів (2.2) та (2.6) в операційній формі рівняння (3.1) прийме вигляд

$$\begin{aligned} (p^2 + 2\xi_{a_1}\Omega_{a_1}p + \Omega_{a_1}^2)y + (2\xi_{a_1}\Omega_{a_1}\varepsilon_2Lp + \Omega_{a_1}^2\varepsilon_1L) &= \\ &= (2\xi_{a_1}\Omega_{a_1}p + \Omega_{a_1}^2)y_0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

На корпус діють моменти зі сторони амортизаторів, двигунів стабілізації та моменти сил нормальних реакцій в підшипниках редукторів. Тому рівняння кутового руху корпусу можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} I_2\ddot{\beta} &= (F_{a_1} - F_{a_2})L - (F_{p_1} - F_{p_2})(R + r) + \\ &+ h_1^D\dot{Q}_{10} + h_2^D\dot{Q}_{20} - M_1^E - M_2^E. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Введемо позначення

$$\frac{h_a L^2}{I_2} = 2\xi_{a_2} \Omega_{a_2}; \quad \frac{C_a L^2}{I_2} = \Omega_{a_2}^2, \quad (2.9)$$

де Ω_{a_2} та ξ_{a_2} – власна частота і відносний коефіцієнт затухання кутових коливань СА.

З урахуванням виразів (2.2) – (2.6) після виконання необхідний перетворювань і переходу до операційної форми запису рівняння (2.8) прийме вигляд

$$\begin{aligned} & \left(p^2 + 2\xi_{a_2} \Omega_{a_2} p + \Omega_{a_2}^2 \right) \beta + \left(2\xi_{a_2} \Omega_{a_2} \frac{\varepsilon_2}{L} p + \Omega_{a_2}^2 \frac{\varepsilon_1}{L} \right) y = \\ & = \left(2\xi_{a_2} \Omega_{a_2} \frac{\varepsilon_2}{h} p + \Omega_{a_2}^2 \frac{\varepsilon_1}{L} \right) y_0 - \frac{1}{I_2} \left[\left(-h_1^D \dot{Q}_{10} - h_2^D \dot{Q}_{20} + M_1^E + M_2^E \right) + \right. \\ & \quad \left. + (F_{p_1} - F_{p_2})(R + r) \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

На СП діють моменти зі сторони шестерней 8 та 9 і зовнішній збурюваний момент M^B . В операційній формі рівняння кутового руху СП можна представити так

$$I_1 p^2 \alpha = (F_{p_1} - F_{p_2}) R + M^B. \quad (2.11)$$

На двигуни з редукторами діють електромагнітні моменти, які розвиваються самими двигунами і моментами сил реакції в зчепленні. В операційній формі рівняння двигунів приймуть вигляд

$$I_1^D p^2 Q_1 + h_1^D p Q_{10} - M_1^E = +F_{p_1} r; \quad (2.12)$$

$$I_2^D p^2 Q_2 + h_2^D p Q_{20} - M_2^E = -F_{p_2} r; \quad (2.13)$$

З рівнянь (2.11) – (2.13) випливає, що другий доданок в правій частині рівняння

(2.10) рівне $\frac{1}{I^2} (M^B - I_1 p^2 \alpha - I_1^D p^2 \alpha Q_1 - I_2^D p^2 \alpha Q_2)$. Через це, рівняння руху корпусу можна

декілька спростити:

$$\begin{aligned}
& \left(p^2 + 2\xi_{a_2} \Omega_{a_2} p + \Omega_{a_2}^2 \right) \beta + \left(2\xi_{a_2} \Omega_{a_2} \frac{\varepsilon_2}{L} p + \Omega_{a_2}^2 \frac{\varepsilon_1}{L} \right) y = \\
& = \left(2\xi_{a_2} \Omega_{a_2} \frac{\varepsilon_2}{L} p + \Omega_{a_2}^2 \frac{\varepsilon_1}{L} \right) y_0 - \frac{1}{I_2} \left(I_1 p^2 \alpha + I_1^D p^2 Q_1 + I_1^D p^2 Q_2 + M^B \right).
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Рівняння (2.8), (2.11) – (2.14) містять дев'ять невідомих, чотири з яких, а саме Q_{10} , Q_{20} , F_{p_1} та F_{p_2} , потрібно виключити. Кути Q_{10} та Q_{20} визначаються кінематичними відношеннями:

$$Q_{j0} = Q_j - \beta \quad (j=1,2); \tag{2.15}$$

сили F_{p_j} ($j=1, 2$) визначаються наступними відношеннями:

$$F_{p_1} r = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta Q_1 \leq \delta_1; \\ C_{p_1} (\Delta Q_1 - \delta_1) & \text{при } \Delta Q_1 - \delta_1 > 0; \\ C_{p_1} (\Delta Q_1 + \delta_1) & \text{при } \Delta Q_1 - \delta_1 < 0; \end{cases} \tag{2.16}$$

$$F_{p_2} r = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta Q_2 \leq \delta_2; \\ -C_{p_2} (\Delta Q_2 - \delta_2) & \text{при } \Delta Q_2 - \delta_2 > 0; \\ -C_{p_2} (\Delta Q_2 + \delta_2) & \text{при } \Delta Q_2 - \delta_2 < 0; \end{cases} \tag{2.17}$$

Знайдемо вирази для кутів ΔQ_j ($j=1,2$).

Лінійна швидкість точки $O_\delta : V_{0_a} = \dot{\beta}(R+r)$.

Лінійна швидкість точки $a_1 : V_{a_1} = \dot{a}R$.

Кутова швидкість колеса 8 рівна:

$$\omega_\delta = \frac{V_{0_a} - V_{a_1}}{r} = +\dot{\beta}(i+1) - \dot{a}i. \tag{2.18}$$

Аналогічно, кутова швидкість колеса 9 рівна:

$$\omega_\delta = -\frac{V_{0_a} - V_{a_1}}{r} = +\dot{\beta}(i+1) - \dot{a}i, \tag{2.19}$$

де $i = \frac{R}{r}$ – передатне число редуктора.

Кутові швидкості колес 10 та 11 рівні:

$$\omega_{10} = \dot{Q}_1; \quad \omega_{11} = \dot{Q}_2. \quad (2.20)$$

Так як $\omega_{10} = \omega_\delta + \dot{\Delta}Q_1$, а $\omega_{11} = \omega_9 + \dot{\Delta}Q_2$, то з виразів (2.18) – (2.20) отримаємо:

$$\dot{\Delta}Q_1 = \dot{Q}_1 + \ddot{\alpha}i - \dot{\beta}(1+i); \quad \dot{\Delta}Q_2 = \dot{Q}_2 + \ddot{\alpha}i - \dot{\beta}(1+i); \quad (2.21)$$

Інтегруючи вирази (3.21) враховуючи що початкові значення всіх кутів можна прийняти за нульові, остаточно будемо мати:

$$\Delta Q_j = Q_j + \alpha i - \beta(i+1), \quad (j=1, 2). \quad (2.22)$$

Запишемо вирази для електромагнітних моментів двигунів:

$$M_1^E(p) = W(p)\alpha \pm M_1^a, \quad M_2^E(p) = W(p)\alpha \pm M_2^a, \quad (2.23)$$

де M_j^a ($j=1, 2$) – моменти від напруги антилюфта; $W(p)$ – передатна функція регулятора.

Рівняння (2.7), (2.11) – (2.17), (2.22) та (2.23) описують рух одноосного каналу ГСП з урахуванням СА, пружності та люфта в редукторі при кутовому поступальному русі основи.

Розглянемо окремі випадки рівнянь руху ГСП:

1. Нехай характеристики амортизаторів 4 та 5 симетричні, тобто $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$. Тоді рівняння кутового по поступального руху корпусу стають незалежними, а поступальний рух основи не впливає кутовий рух ГСП.

2. Рівняння руху ГСП без урахування СА отримується, якщо відкинути рівняння (2.7) та (2.14), а в рівняння, що залишилися, рахувати β заданою функцією, що описує рух основи.

3. Люфти в редукторах рівні нулю. Рівняння (2.7) та (2.14) руху корпусу залишаються незмінні. Вирази (2.16) та (2.17) приймуть вигляд:

$$F_{p_1}r = C_{p_1} [Q_1 + \alpha i - \beta(1+i)]; \quad F_{p_2}r = -C_{p_2} [Q_2 + \alpha i - \beta(1+i)]. \quad (2.24)$$

Підставивши ці вирази (2.24) в рівняння (2.11), (2.12), (2.13), отримаємо наступну форму запису рівняння руху СП та двигунів:

$$I_1 p^2 a + i^2 C_{p_1} \left[\alpha + \frac{Q_1}{i} - \beta \left(1 + \frac{1}{i} \right) \right] + i^2 C_{p_2}^2 \left[\alpha + \frac{Q_2}{i} - \beta \left(1 + \frac{1}{i} \right) \right] = M^B; \quad (2.25)$$

$$(I_1 p^2 + h_1^D p + C_{p_1}) Q_1 + C_{p_1} a i - [h_1^D p + C_{p_1} (i+1)] \beta + M_1^E = 0; \quad (2.26)$$

$$(I_2 p^2 + h_2^D p + C_{p_2}) Q_2 + C_{p_2} a i - [h_2^D p + C_{p_2} (i+1)] \beta + M_2^E = 0. \quad (2.27)$$

4. Люфти в редукторах рівні нулю, обидва двигуна х редукторами мають однакові параметри: $I_j^D = I^D$; $h_j^D = h^D$; $C_{p_j} = C_p$; $M_j^E = M^E$ ($j=1, 2$). В цьому випадку $Q_1 = Q_2$ і рівняння руху СП та двигунів запишуться наступним чином:

$$I_1 p^2 \alpha + 2i^2 C_p \left[\alpha - \beta \left(1 + \frac{1}{i} \right) \right] = M^B; \quad (2.28)$$

$$(I^D p^2 + h^D p + C_p) Q + C_p a i - [h^D p + C_p (i+1)] \beta + M^B = 0. \quad (2.29)$$

5. Конструкція редуктора абсолютно жорстка. У цьому випадку $\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \omega_8 = \omega_9 = \dot{\beta}(i+1) - \dot{\alpha}i$. Тоді з рівнянь (2.11) – (2.13) та (2.23), нехтуючи моментом від напруги антилюфта, отримаємо наступний запис рівнянь руху СП:

$$\left[(I_1 + 2i^2 I^D) p^2 + 2i^2 h^D p + 2iW(p) \right] \alpha = 2 \left[i^2 h^D p + I^D i(i+1) p^2 \right] \beta + M^B. \quad (2.30)$$

6. Безредукторний привід стабілізації. У цьому випадку в рівнянні (2.14) необхідно покласти $I_1^D = I_2^D = 0$, а в рівнянні (2.29) $I^D = 0$; $i = 1$. Тоді рівняння руху СП прийме вигляд:

$$\left[I_1 p^2 + h^D p + W(p) \right] \alpha = M^D, \quad (2.31)$$

при чому в рівнянні (2.31) пропонується, що в безредукторному приводі стабілізації використовується один двигун.

2.2 Основні допущення

Розрахунок моментів збурення, вибір двигуна, а для редукторного приводу і передатного числа редуктора забезпечують роботу системи стабілізації з точки зору енергетики. Наступним етапом є синтез системи стабілізації, як системи автоматичного регулювання для забезпечення потрібних характеристик точності. Далі потрібно розглянути питання проектування одноосної ГСП, зв'язані з вибором і реалізацією закону регулювання. При цьому приймемо наступні допущення:

1. Конструкція ГСП, у тому числі й редуктора, абсолютно жорстка.
2. Для редукторних ГСП люфт в редукторі будемо вважати рівним нулю.

Перше допущення, як правило, справедливе для безредукторних ГСП, часто виконується і в ГСП з редукторним приводом., якщо в процесі проектування на жорсткість конструкції прикладено достатньо уваги. Жорсткість конструкції та редуктора можна не приймати до уваги, якщо $\omega_{zp} \leq 0,1\omega_k$, де ω_{zp} – частота зрізу системи стабілізації, ω_k – резонансна частота пружної системи СП – двигун з редуктором.

У прецизійних ГСП приймаються спеціальні заходи, що забезпечують вибірку люфта. Розглянемо детально декілька способів вибірки люфта в редукторі.

Найпоширеніший спосіб вибірки люфта – застосування розрізної шестерні з розжимною вбудованою пружиною – володіє рядом суттєвих недоліків. Кожна розрізна шестерня вибирає люфт тільки в одній парі зчеплення, через це вибрати люфт в редукторі повністю неможливо. Зазвичай люфт випирають тільки на останній парі. Крім того, і це саме головне, жорсткість редуктора при малих моментах визначається жорсткістю розжимної пружини, яка не може бути зроблена достатньо великою, так як в недопустимих межах збільшується тертя в редукторі. На рис 2.2 представлена пружна характеристика редуктора, ΔQ – відносне переміщення вхідного і вихідного валів редуктора.

На ділянці a – a деформується розжимна пружина. У точці a пружина повністю зжимається і при моментах більших M_0 , характеристика визначається жорсткістю

редуктора. До недоліків розглянутої схеми відноситься також деякі складності конструкції редуктора.

Другий спосіб вибірки люфта – застосування двох однакових двигунів стабілізації (рис. 2.1), на які подається напруга антилюфта u_0 таким чином, що вони працюють від цієї напруги на зустріч один одному. Напруга керування u_k при цьому подається так, що двигуни працюють узгоджено. Одна з можливих схем включення двигунів приведена на рис. 2.2.

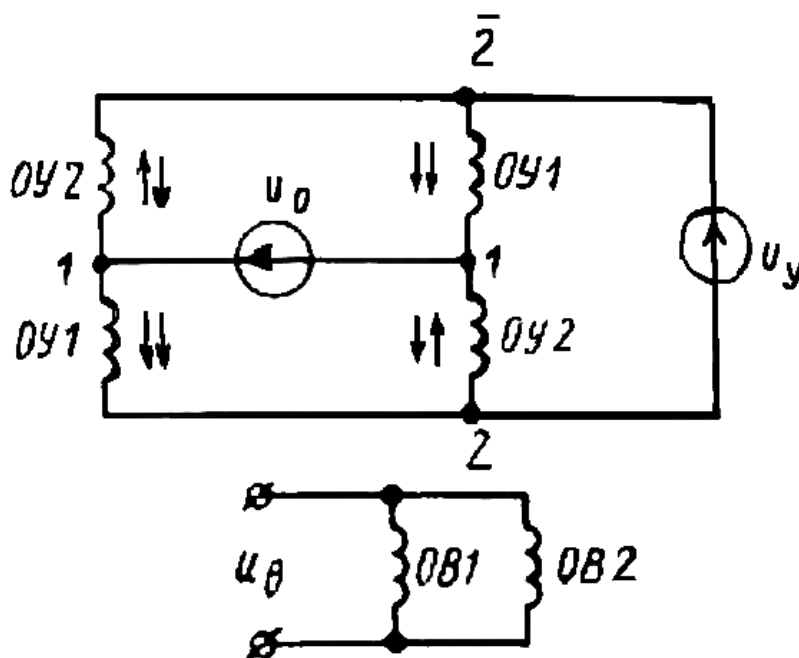


Рис. 2.2 Схема включення двох двигунів з напругою антилюфта u_0 та напругою управління u_y

Двохдвигунна схема системи стабілізації володіє деякими перевагами порівняно з однодвигунною. Таким чином два малих двигуна, як правило, краще вписуються в конструкцію, ніж один великий; використання двох двигунів збільшує надійність системи; у випадку відмови одного з двигунів система стабілізації зможе продовжити роботу на другому, хоча при цьому знижується як мінімум в два рази точність

стабілізації, можуть з'явитися люфтові автоколивання та інші не бажані явища, але в цілому функціонування ГСП все ж збережеться.

Також існують інші методи вибірки люфта, проте вони знижують жорсткість редуктора і відрізняються конструктивно складною конструкцією. Через це в подальшому будемо вважати, що в розглянутій редукторній ГСП люфт вибирається саме за допомогою двох двигунів, що працюють на одне навантаження. З вище вказаного очевидно, що таку схему при достатньо малих збуреннях можна вважати безлюфтовою.

2.3 Вимоги до системи стабілізації

Вимоги до статичної та динамічної точності системи стабілізації диктуються умовами експлуатації та класом точності системи, для якої призначається ГСП. Орієнтовно ці вимоги можуть бути знайдені з наступних міркувань:

1. Зазвичай в прецизійних інерціальних схемах, куди входить індикаторна ГСП, початкова виставка в азимуті виконується автономно методом гірокомпасування. При цьому статична похибка системи стабілізації через тертя еквівалентна зоні нечутливості акселерометрів і повинна мати той же порядок.

2. Для деяких типів трьохступеневих гіроскопів, наприклад, гіроскоп з пружним підвісом, вільним ротором і т.д., наявність статичної похибки системи стабілізації викликає постійний дрейф гіроскопа. Знаючи залежності швидкості дрейфу гіроскопа від кута неузгодження ротора і статора і загальні вимоги до точності ГСП, легко знайти загальні вимоги до статичної точності системи стабілізації.

3. Вимоги до величини динамічної похибки системи стабілізації можна отримати, виходячи, наприклад, з допустимого дрейфу гіроскопів на основі, яка хитається.

4. У деяких випадках вимоги до динамічної похибки визначаються «пасажирями», наприклад, системою індикації телеблока, точністю стабілізації антени і т.д.

5. У прецизійних гіроскопах завжди прагнуть до зменшення величини кута між опорами; необхідно при дії максимального моменту збурення виключити можливість удару гіроскопа об опори.

2.4 Вихідні дані та постановка задачі

У результаті вирішення задачі синтезу одноосної ГСП повинні бути визначені наступні параметри:

статична кутова жорсткість системи стабілізації;

передатна функція регулятора (корегувальна ланка);

динамічні характеристики системи стабілізації: власна частота, запаси стійкості, динамічна точність. Повинні бути вказані способи отримання потрібної передатної функції регулятора.

Розглянемо потрібні для роботи вихідні дані:

1. I – момент інерції стабілізатора.
2. Тип, а відповідно й характеристики серводвигуна.

Проектування ГСП з редукторним приводом містить практично всі питання, що з'являються під час розробки безредукторної ГСП. Через це буде розглядатися редукторний варіант ГСП, маючи на увазі, що спрощення, зв'язані з відсутністю редуктора, достатньо очевидні.

З характеристик двигуна потрібні:

$k_{\partial\theta}$ – крутизна моментної характеристики двигуна;

I^D – момент інерції ротора;

h^D – коефіцієнт протидії ЕРС;

Як правило, у малогабаритних редукторах ГСП використовуються двофазні мікродвигуни змінного струму. Моментна характеристика двигуна – пряма з нахилом $k_{\partial\theta} = \frac{M_0}{u_y}$, де M_0 – пусковий момент при напрузі управління u_y . На

рис. 2.3 приведено сімейство механічних характеристик $\omega = f(M)_{a_y - \text{const}}$ такого двигуна. Із рисунку видно, що механічні характеристики двигуна достатньо нелінійні і лише приближено можуть бути представлені у вигляді виразу:

$$M = M_0 - h^D \omega. \quad (2.34)$$

Фактично h^D є функцією ω та u_y , при чому при малих ω h^D – мінімальне (h_{\min}^D), а при ω , близьким до холостого ходу, h^D – максимальне (h_{\max}^D). Практично в більшості випадків повністю достатньо використовувати два значення h^D – h_{\max}^D та h_{\min}^D , при чому таким чином, щоб прийняте значення підвищувало надійність розрахунку. Так, при виборі передатного числа редуктора та визначення запасу по моменту має сенс прийняти $h^D = h_{\max}^D$, а при аналізі стійкості – $h^D = h_{\min}^D$. У першому випадку це призведе до зниження розрахункового запасу стійкості по фазі. Утім, для прецизійних ГСП величина h^D майже не дає впливу на стійкість системи, через це приймемо в подальшому:

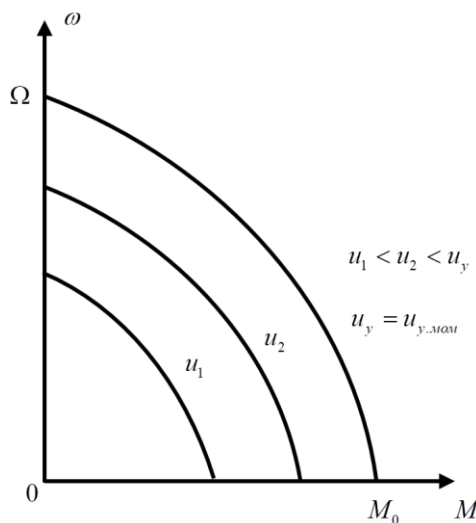


Рис. 2.3 Сімейство механічних характеристик двофазного двигуна змінного струму

$$h^D = \frac{M_0}{\Omega_0} \text{ при } u_{y,ном}, \quad (2.35)$$

де Ω_0 – швидкість холостого ходу; M_0 – пусковий момент.

3. Передатне число редуктора – i .

4. Збурюючий момент – $M^3(p)$.

5. Параметри кутового руху основи. Зазвичай для ЛА вони задаються у вигляді максимально допустимої кутової швидкості та прискорення $\dot{\beta}_{\max}$ і $\ddot{\beta}_{\max}$.

6. Вимоги до статичної та динамічної точності – допустима похибка стабілізації $\alpha_{\text{дон}}(0)$ і $\alpha_{\text{дон}}(\omega)$.

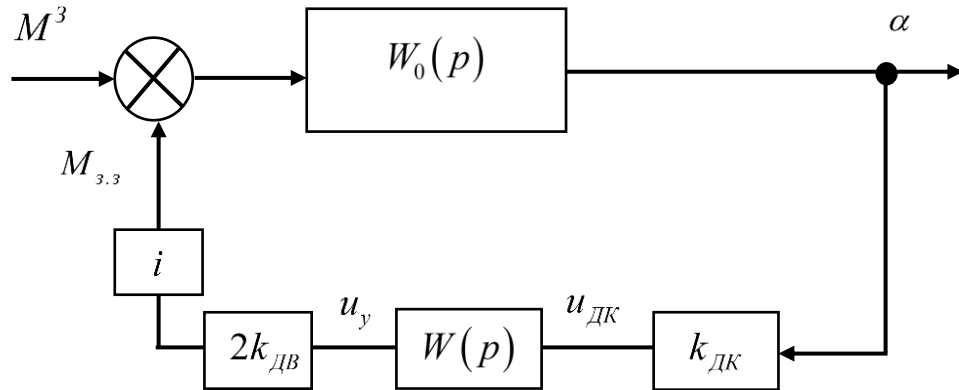


Рис. 2.4 Структурна схема каналу стабілізації ГСП

2.5 Рівняння руху. Вибір параметрів, що забезпечують задану точність

Рух ГСП з редукторним приводом описується системою рівнянь (2.28).

Структурна схема каналу стабілізації ГСП приведена на рис. 2.4, де M^3 – момент збурення; $M_{3.3}$ – момент зворотнього зв'язку; α – похибка стабілізації; $u_{\text{ДВ}}$ – вихідна напруга датчика кута гіроскопа; u_y – напруга управління двигуном на виході підсилювача; $2k_{\text{ДВ}}$ – крутизна моментної характеристики двигуна; i – передне число редуктора; $W_0(p)$ – передатна функція об'єкта регулювання.

$$W_0(p) = \frac{\alpha}{M^3 - M_{3.3}} = \frac{1}{2i^2 h^2 p(T_0 p + 1)} [1 / \text{гсм}], \quad (2.36)$$

де $T_0 = \frac{I_1 + 2I^{\text{Д}} i^2}{2i^2 h^{\text{Д}}} [c]$ – постійна часу об'єкта регулювання.

$k_{\text{Д.К}}$ – передатна функція датчика кута гіроскопа (В/рад), яку можна вважати пропорційною ланкою; $W(p)$ – передатна функція регулятора, яку слід знайти.

Скористаємося частотним методом логарифмічних характеристик. Цей метод відрізняється простотою, наглядністю та широко використовується в інженерній практиці. Передатна функція розімкненої системи має вигляд:

$$W_{роз}(p) = 2ik_{ДК}k_{ДВ}W_0(p)W(p). \quad (2.37)$$

Передатна функція за похибкою стабілізації α рівне:

$$W_\alpha(p) = \frac{\alpha(p)}{M^3(p)} = \frac{W_0(p)}{1 + W_{роз}(p)}. \quad (2.38)$$

Розглянемо область низьких частот, тобто частот, де виконується відношення $|W_\alpha(j\omega)| \gg 1$ ($20 \lg |W_{роз}(j\omega)| > 15 - 20 \text{ дБ}$). Саме в цій області система призначена забезпечувати задану точність стабілізації. Для частот формулу (2.38) без великої похибки можна записати у вигляді:

$$W_\alpha(p) = \frac{\alpha(p)}{M^3(p)} = \frac{W_0(p)}{W_{роз}(p)} = \frac{1}{2ik_{ДК}k_{ДВ}W(p)}. \quad (2.39)$$

Знаючи $\alpha_{доп(p)}$ та $M^3(p)$, можна побудувати заборонену зону, у яку не повинна заходити ЛАХ розімкнутої системи:

$$|2ik_{ДК}k_{ДВ}W(p)| \geq \frac{M^B(0)}{\alpha_{доп}(0)}. \quad (2.40)$$

Статична жорсткість S_0 каналу визначається з нерівності:

$$S_0 = 2ik_{ДК}k_{ДВ}W(0) \geq \frac{M^B(0)}{\alpha_{доп}(0)}, \quad (2.41)$$

де $W(0)$ – статичний коефіцієнт підсилення регулятора; $M^B(0)$ – постійний коефіцієнт збурення на осі стабілізації, що включає момент тертя та тяжіння струмопідводів. Так як перераховані моменти збурення мають випадковий характер, то $M^B(0)$ знайдемо як середньоквадратичне значення складових, тобто:

$$M^B(0) = \sqrt{M^{B^2} + M^{B^2}}. \quad (2.42)$$

Маловірогідне складення всіх моментів з одним знаком – не приводить до порушення функціональності ГСП, а лише знижує її точність. Як було показано вище, статична похибка $\alpha_{\text{доп}}(0)$ визначається з умови автономної передпочаткової підготовки – горизонтування та гірокомпасування – та повинна складати одиниці кутових секунд. У той же час шкідливі моменти на осі стабілізації не можуть бути зроблені менше декількох сотень гс·см. Отже, статична жорсткість S_0 має порядок від десятків до сотень гс·см на кутову секунду, тобто $10^6 \dots 10^7$ гс·см/рад.

Побудуємо тепер заборонену зону для ЛАХ в області низьких частот. Розглянемо редукторний ГСП на рухомій основі без урахування сухого тертя. При качці основи з амплітудою β на СП зі сторони двигуна діє момент збурення, який у операторній формі має вигляд:

$$M^3(p) = M^D = 2h^D i^2 (\tau^D p + 1) p \beta. \quad (2.43)$$

Підставляючи (2.43) та (2.36) в (2.39), після нескладних перетворювань отримаємо вимоги, яким повинна відповідати передатна функція розімкнутої системи, щоб виконалась умова $\alpha(p) \leq \alpha_{\text{доп}}(p)$:

$$W_{\text{роз}}(p) \geq \frac{\tau^D p + 1}{T_0 p + 1} \frac{\beta}{\alpha_{\text{доп}}(p)}. \quad (2.44)$$

Якщо рух основи задано у вигляді $\dot{\beta}_{\text{max}}$ та $\ddot{\beta}_{\text{max}}$ то (2.44) приймає вигляд:

$$W_{\text{роз}}(p) \geq \min \left\{ \frac{\tau^D p + 1}{T_0 p + 1} \frac{\dot{\beta}_{\text{max}}}{p \alpha_{\text{доп}}}; \frac{\tau^D p + 1}{T_0 p + 1} \frac{\ddot{\beta}_{\text{max}}}{p^2 \alpha_{\text{доп}}} \right\}. \quad (2.45)$$

Для частот $\omega = \Omega$ $\left(\Omega = \frac{\ddot{\beta}_{\text{max}}}{\dot{\beta}_{\text{max}}} \right)$ перший член у фігурних дужках менший за другий.

Це означає, що рух основи визначається обмеженням швидкості. При $\omega > \Omega$ другий член у фігурних дужках менший за перший – рух основи визначається обмеженням по прискоренню. Частотна характеристика розімкнутої системи повинна лежати вище області, що обмежена двома отриманими функціями.

Перейдемо до числового розв'язку, беручи такі числові вхідні дані:

1. Момент інерції СП: $I_1 = 204 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \left(200 \text{ гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2 \right)$.

2. Параметри двигуна: $I^D = 10,2 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \left(10 \cdot 10^{-4} \text{ гм} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2 \right)$, $M_0 = 20,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} (20 \text{ гс} \cdot \text{см})$ при $u_y = 30 \text{ В}$, $n_{x,x} = 6000 \text{ об} / \text{хв} (\Omega_0 = 628 \text{ рад} / \text{с})$, $h^D = 3,26 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} (3,2 \cdot 10^{-2} \text{ гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с})$.

3. Передатне число редуктора $i = 60$.

4. $M^D(0) = 510 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} (500 \text{ гс} \cdot \text{см})$.

5. Максимальна кутова швидкість і прискорення основи відповідно рівні:

$$\dot{\beta}_{\max} = 5 \frac{1}{\text{с}} \text{ та } \ddot{\beta}_{\max} = 20 \frac{1}{\text{с}^2}.$$

6. $\alpha_{\text{доп}}(0) \leq 2''$;

$\alpha_{\text{доп}}(p) \leq 20''$, починаючи з частоти 0,1 Гц (0,628 1/с).

Знайдемо границю $S(0)$ з формули (2.41):

$$S(0) \geq \frac{M^B(0)}{\alpha_{\text{доп}}(0)} = \frac{510 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-5}} = 5,1 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{рад} \quad (5 \cdot 10^7 \text{ гс} \cdot \text{см} / \text{рад}).$$

Для дуже низьких частот ($\omega < 0,628 \text{ 1/с}$) отримаємо заборонену зону:

$$W_{\text{роз}}(p) \geq \frac{2,16 \cdot 10^5}{p(0,9p+1)} \text{ 1/с}; \quad T_0 = \frac{I_1 + 2I^D i^2}{2h^D i^2} = 0,9 \text{ с}.$$

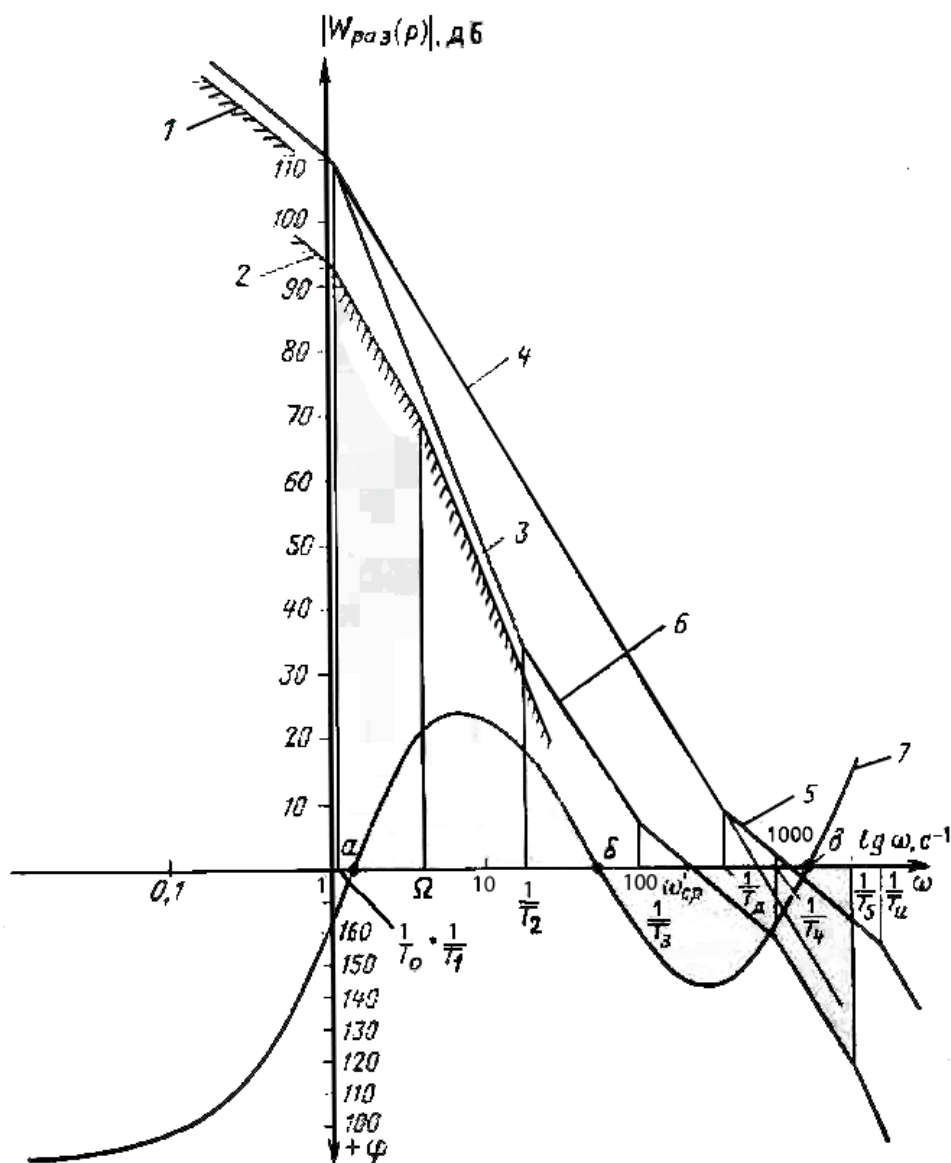


Рис. 2.5 ЛАХ та ФЧХ розімкнутої системи стабілізації

Асимптотична ЛАХ цієї функції – лінія 1 на рис. 2.5. Знайдемо тепер заборонену область ЛАЧ по умові (2.45).

При $\omega < \Omega = 4 \text{ 1/c}$:

$$W_{\text{роз}}(p) \geq 5 \cdot 10^4 \frac{\tau^D p + 1}{p(T_0 p + 1)} \text{ – лінія 2 на рис. 2.5.}$$

При $\omega > \Omega$:

$$W_{\text{роз}}(p) \geq 2 \cdot 10^5 \frac{\tau^D p + 1}{p^2 (T_0 p + 1)} - \text{лінія 3 на рис. 2.5.}$$

Тому, на дуже низьких частотах ($\omega < 0,628$) заборонена зона визначається вимогами до статики, при $0,628 < \omega < \Omega$ – кутова швидкість основи, при $\omega > \Omega$ – кутовим прискоренням основи. У цілому ЛАХ нескорегованої системи у даному випадку визначається вимогами до статичної точності.

З урахуванням необхідного запасу на технологічні допуски $S(0) = 7,4 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ($7,25 \cdot 10^7 \text{ гс} \cdot \text{см} / \text{рад}$). Передатна функція розімкнутої нескорегованої системи:

$$W_{\text{роз}}(p) \geq \frac{3,15 \cdot 10^5}{p^2 (0,9p + 1)} - \text{лінія 4 на рис. 2.5.}$$

Вибір частоти зрізу. Перегляд бажаної частотної характеристики розімкнутої системи

Передатне число редуктора, що було обране, приводить до того, що $2i^2 I^D \ll 0,036 I_1$. При цьому $\frac{1}{T_0} \ll \omega_0$, де ω_0 – частота зрізу нескорегованої системи.

Частота зрізу може бути знайдена за виразом:

$$W_{\text{роз}}(0) = \frac{S(0)}{2h^D i^2 p (T_0 p + 1)}. \quad (2.46)$$

Вважаючи, що $T_0 j\omega_0 + 1 \approx T_0 j\omega_0$ з умови $|W_{\text{роз}}(j\omega_0)| = 1$ отримаємо:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{S(0)}{I_1 + 2I^D i^2}}. \quad (2.47)$$

Як було сказано ω_0 не залежить від h^D . Запас стійкості по фазі нескорегованої системи визначається за виразом:

$$\varphi = \arctg \frac{1}{T_0 \omega_0}. \quad (2.48)$$

Підставляючи значення T_0 з (2.36) та ω_0 (2.47), отримаємо:

$$\varphi = \arctg \frac{2h^D i^2}{\sqrt{S(0)(I_1 + 2I^D i_2)}}. \quad (2.49)$$

Хоча запас стійкості і залежить від h^D , але навіть при $h^D = h_{\max}^D$ становить всього долі градуса, а на практиці через наявність тракті малих постійних часу система стабілізації буде нестійкою. У нашому випадку результати будуть такі:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{7,25 \cdot 10^7}{200 + 2 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 60^2}} = 590 \text{ 1/с}.$$

Запас по фазі при $h^D = h_{\min}^D = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ($1 \cdot 10^{-2} \text{ зс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}$) рівний:

$$\varphi = \arctg \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 60^2}{\sqrt{7,4 \cdot 10^3 \cdot 207,2}} = \arctg 6 \cdot 10^{-4} < 0,1^\circ.$$

І хоча при $h^D = h_{\max}^D = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ($6 \cdot 10^{-2} \text{ зс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}$), запас по фазі збільшиться в 6 разів, однак і при цьому збільшенню він не досягне і одного градуса.

Із вище отриманих результатів очевидно, що нескорегована система стабілізації з необхідною точністю, не стійка. Для забезпечення стійкості можна ввести у передатну

функцію регулятора диференційовану ланку $\frac{T_D p + 1}{T_I p + 1}$ ($T_D > T_I$) так, щоб ЛАХ перетнула вісь абсцис з нахилом 20 дБ/дек. Володіючи теоретично всіма належними запасами стійкості, така система практично працювати не буде. Причина цього явища полягає в надто великій частоті зрізу (рис. 2.5, лінія 4, $\omega_{cp} = 1600 \text{ 1/с}$).

В області високих частот, близьких до отриманої частоти зрізу діє ряд факторів, які роблять реальну систему, що суттєво відрізняється від прийнятої розрахованої моделі.

1. Конструкція не може вважатися абсолютно жорсткою. Для забезпечення стійкості частота пружних коливань двигуна з редуктором має в 7-10 разів перевищувати частоту зрізу, а в нашому випадку це більше 1000Гц, що в багато разів перевищує

реальні величини Отримати кардановий підвіс з власною частотою більше тисячі герц – задача – абсолютно нереальна.

2. У розрахунковій моделі не враховувались малі постійні часу підсилювача, двигуна стабілізації, модулятора і тощо. Ці постійні часу знижують запас стійкості по фазі, при чому їх вплив більшає, зі збільшенням частоти зрізу. У нашому прикладі при наявності малої постійної часу $T_m = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ c}$ ($f = 400 \text{ Гц}$) запас стійкості по фазі зменшиться в результаті на $\arctg T_m \omega_{cp} = 34^\circ$. Ми отримаємо систему з запасом всього 2° замість очікуваних 36° , тобто не стійку систему.

3. У реальній системі, окрім основного корисного сигналу, завжди присутні шуми. Джерелом перешкод можуть бути електричні наведення по ланцюгам змінного струму, квадратурні та високочастотні складові сигналу з датчика кута, власні шуми підсилювача та джерел струму. Джерелом високочастотних механічних шумів є вібрація місць кріплення гіроскопів, що виникає при роботі ГСП на вібруючій основі.

Приведені вище пункти показують, що, виходячи з умов реалізації, на частоту ω_{cp} повинно бути накладено обмеження зверху. Нижня межа ω_{cp} визначається умовами виконання вимогам точності – заборонену зону ЛАХ. При виборі ω_{cp} слід приймати до уваги наступні обставини:

- зі збільшенням ω_{cp} знижується динамічна похибка, але погіршується шумозахищеність системи і збільшується вплив піддатливості конструкції та малих постійних часу;
- невиправдане прагнення спроектувати систему як можна точнішою, збільшить її смугу пропускання та може привести до різкого подорожчання виробу та зниження його надійності;

- зверху частота зрізу для редукторних платформ обмежена значеннями $0,1 \dots 0,14$

ω_p ($\omega_p = \sqrt{\frac{C_p}{I^D}}$ – власна частота двигуна з редуктором), для ГСП будь-якого типу

значення $0,1 \dots 0,14 \omega_k$ (ω_k – кутова резонансна частота конструкції кардана).

- чим ближче частота зрізу до верхньої межі, тим більш жорсткі вимоги мають бути поставлені до виробу та контролю ГСП у цілому, так як навіть невеликі відмінності резонансної частоти (редуктора або конструкції) від прийнятої в розрахунку можуть привести до різкого погіршенню якості регулювання або навіть до втрати стійкості.

Наступна задача після вибору ω_{cp} – побудова бажаної ЛАХ та ЛАХ коригуючого контуру. В області ω_{cp} частотна характеристика формується таким чином, щоб асимптотична ЛАХ перетнула лінію 0 дБ з нахилом -20 дБ/Дек, забезпечивши тим самим стійкість системи. Подальша робота по формуванню бажаної ЛАХ полягає в сполученні низькочастотної ділянки, де повинна забезпечуватися задана точність стабілізації та середньочастотної, що забезпечує стійкість.

На рис.2.5 побудована бажана ЛАХ системи стабілізації і фазова характеристика, побудована по бажаній ЛАХ. Постійні часу бажаної ЛАЧ: $T_1 = 0,9$ с, $T_2 = 0,053$ с, $T_1 = 0,01$ с, $T_1 = 0,00125$ с, $T_1 = 0,0004$ с. Частота зрізу бажаної ЛАХ $\omega_{cp} = 200$. Запас по фазі на частоті зрізу $\varphi = 38^\circ$.

2.6 Технічні засоби, що забезпечують бажані частотні характеристики.

Підсилювач стабілізації

Задача формування коригуючого контуру може вирішуватися шляхом використання електромеханічних, гіроскопічних чи інших вимірювачів кутових швидкостей чи прискорень, що вимірюють кутову швидкість чи прискорення безпосередньо СП, або використовуються тахогенератори, що встановлені на осі стабілізації і вимірюють швидкість СП відносно основи. Третій спосіб – формування

сигналу, пропорційного кутовій швидкості СП, диференціюванням електричних сигналів, що пропорційні похибці стабілізації.

Перший спосіб забезпечує стійкість, володіє високою перешкодостійкістю, дає можливість забезпечити необхідні запаси стійкості, не збільшує похибку стабілізації при кутовому русі основи. Недоліком цього способу є необхідність розробки та встановлення безпосередньо на СП спеціальних та достатньо складних приладів. Крім значного ускладнення та подорожчання конструкції, цей спосіб приводить до збільшення габаритів та маси ГСП, що є суттєво не бажаним.

Другий спосіб технічно реалізується більш просто, наприклад використовується двигун –генератор або двигун з інерційним демпфером, хоча це також дещо ускладнює конструкцію. Проте основний недолік полягає в тому, що тахогенератор вимірює відносну швидкість СП. Через це при русі основи з кутовими швидкостями, що у багато разів перевищують кутову швидкість СП, сигнал тахогенератора, в основному, несе інформацію, про рух основи і тільки незначною мірою про рух СП. При цьому значно збільшується вплив основи, що хитається на СП, збільшуючи тим самим похибку стабілізації. Окрім цього, цей спосіб володіє відносно низькою перешкодозахищеністю.

Третій спосіб – спосіб перетворення електричного сигналу, пропорційного похибці стабілізації, володіє перевагами першого способу і вільний від його недоліків. Щоправда, цей спосіб приводить до суттєвого ускладнення підсилювача стабілізації, який повністю бере на себе задачу формування закону регулювання, проте стрімкий розвиток напівпровідникової електроніки і в останній час мікроелектроніки, здешевлення виробництва й збільшення якості та надійності елементів дозволяють вирішити цю задачу без збільшення мас та габаритів підсилювачів.

Виходячи з вище перерахованих переваг та недоліків, зупинимося на реалізації третього метод, коли закон регулювання повністю формується підсилювачем.

Позначимо через $W_{\kappa}(p)$ передатну функцію підсилювача нормовану статичним коефіцієнтом підсилення:

$$W_{\kappa}(p) = \frac{W(p)}{W(0)} = \frac{u_{\text{вих}}}{u_{\text{вх}} W(0)}. \quad (2.50)$$

Необхідну корекцію простіше і точніше за все виконати, перетворюючи сигнал постійного струму, пропорційний похибці стабілізації. Корекція на змінному струмі не володіє, по-перше, достатньою точністю та гнучкістю, а, по-друге, з розвитком у наш час мікромініатюризації це не приведе до значної вигоди в масі та габаритах. Структурна схема підсилювача з перетворенням сигналу приведена на рис. 2.6.

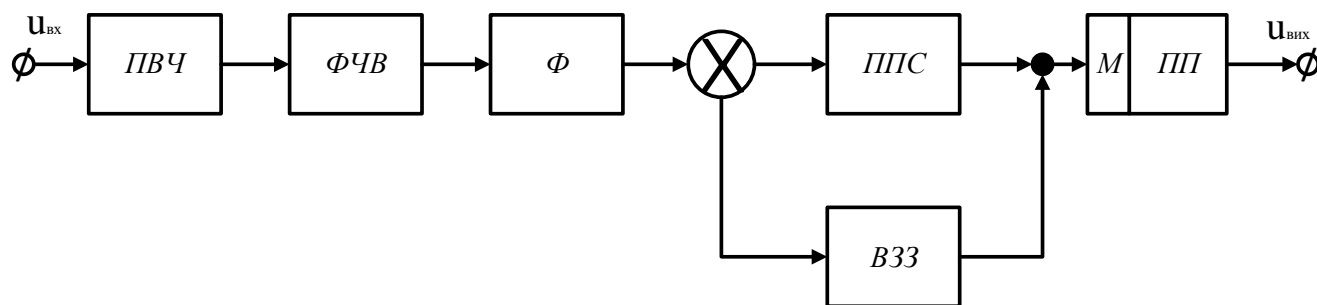


Рис. 2.6 Структурна схема підсилювача стабілізації

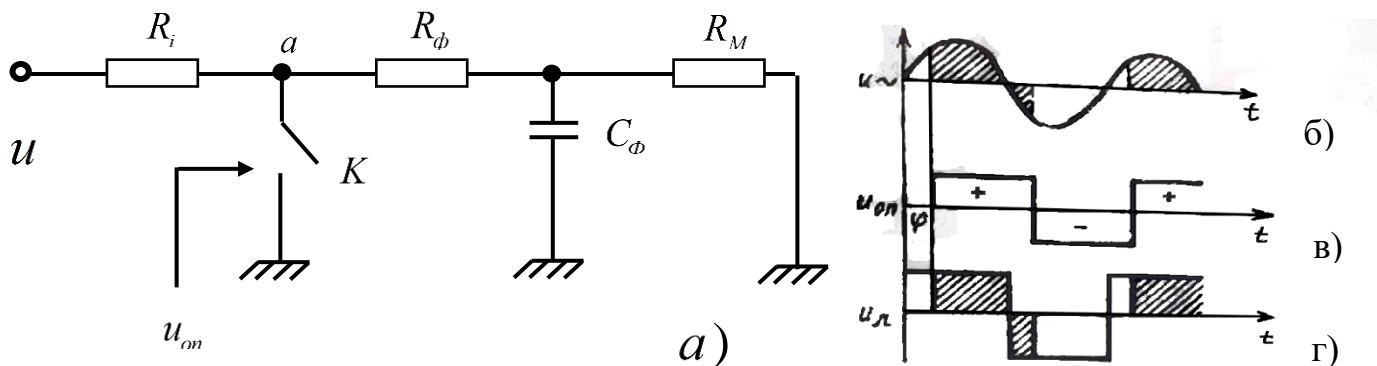


Рис. 2.7 Еквівалентна схема ФЧВ

Сигнал змінного струму $u_{\text{вх}}$, змодельований рухом СП, з датчика кута надходить на вхід попереднього підсилювача (ПВЧ), на виході якого стоїть фазочутливий випрямляч (ФЧВ) з фільтром (Ф), що перетворює змінну напругу несучої частоти в постійну. Постійна напруга підсилюється з формуванням потрібної частотної

характеристики підсилювачем постійного струму (ППС), що обхвачений від'ємним зворотнім зв'язком. З виходу ППС сигнал надходить підсилювач потужності (ПП) навантаженням якого є двигун стабілізації. Якщо двигун працює на змінному струмі, то ПП має модулятор (М), що перетворює сигнал постійного струму в змінний. Такий підсилювач називається підсилювач з подвійним перетворенням сигналу. Як правило, несуча частота – це частота напруги живлення датчиків кутів гіроскопів прецизійних ГСП – обирається достатньо високою (зазвичай 400...500 Гц). Це робиться для зниження потужності, що виділяється обмоткою збурення датчика кута гіроскопа, полегшуючи умови фільтрації сигналу після випрямлення, збільшення перешкодозахищеності системи до наводок зі сторони бортових джерел струму. Через це попередній підсилювач на рис. 2.6 будемо називати підсилювачем високої частоти (ПВЧ), хоча як прийнято у радіотехніці несуча частота ГСП є низькою – звуковою. Таким чином, ПВЧ представляє собою звичайний підсилювач змінного струму.

Фазочутливий випрямляч перетворює сигнал змінного струму в постійну напругу, знак якої залежить від фази сигналу, що перетворюється. Не вдаючись у деталі схеми, однонапівперіодний ФЧВ зручно представити у вигляді ключа, що працює синхронно з опорною напругою високої частоти ($u_{on.в.ч}$). На рис 2.7, а показана еквівалентна схема ФЧВ з RC-фільтром. Синхронний ключ К через опір R_i замикає напругу u на землю при подачі на ключ керування позитивної напівхвилі опорної напруги.

Розглянемо вплив кута здвигу фаз φ між напругою u та опорним на коефіцієнт передачі ФЧВ (рис. 2.7, б, в).

Заштрихована частина на рис. 2.7, б – напруга в точці α схеми при роботі ФЧВ без навантаження ($R_{\phi} = \infty$). Постійна складова вихідної напруги рівна середньому значенню напруги в точці:

$$\bar{u}_a = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi}^{\pi+\varphi} u \sin t dt = u \frac{1}{\pi} \cos \varphi, \quad (2.52)$$

де $1/\pi$ - максимальний коефіцієнт передачі ФЧВ при синусоїдальному вихідному сигналі та $\varphi = 0$.

Для малих кутів залежність коефіцієнта передачі від зсуву фаз слабка: при $\varphi = 20^\circ$ коефіцієнт передачі знижується менше 10%. Проте при $\varphi = \pi/2$ коефіцієнт передачі рівний нулю. Тим самим ФЧВ виконує захист іншої частини підсилювача від перешкод, обумовлених квадратурною складовою вхідного сигналу. Більш детальний аналіз ФЧВ показує, що ФЧВ не пропускає також перешкод з частотою, що відрізняються від частоти опорної напруги.

Розглянемо також перетворення сигналу ФЧВ, коли форма u прямокутна (рис. 2.7, г).

Підставляючи в (2.51) під знак інтегралу замість $\sin t$ меандру і інтегруючи, отримаємо:

$$\bar{u}_a = u \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2\varphi}{\pi} \right). \quad (2.52)$$

Для сигналу прямокутної форми максимальний коефіцієнт передачі $1/2$; при $\varphi = 0,15$ рад ($< 9^\circ$), у той час як в першому випадку те ж зменшення при $\varphi = 0,44$ рад ($\sim < 25^\circ$). Так як зсув фаз в реальній системі має зазвичай розкид, зв'язаний з технологічними допусками на елементи, то гармонічна форма сигналу виявляється більш вигідною, забезпечуючи меншу залежність коефіцієнта передачі від цих факторів.

Передатну функцію ФЧВ можна знайти з розгляду режимів заряду та заряду ємності C_ϕ при розмиканні та замиканні ключа К (рис. 2.7). Для прямокутної форми сигналу при $\varphi = 0$ передатна функція ФЧВ рівна:

$$W_{\text{ФВЧ}} = \frac{u_n}{u} = \frac{R_n / R_\phi}{\left[R_n R_i / R_\phi^2 + 2 \left(1 + R_i / R_\phi + R_n / R_\phi \right) \right] (\tau_\phi p + 1)}, \quad (2.53)$$

де u_n – постійна напруги на опорі навантаження, τ_ϕ – постійна часу фільтру,

$$\tau_{\phi} = \frac{(R_i + 2R_{\phi})R_n}{R_i + 2(R_{\phi} + R_n)} C_{\phi}. \quad (2.54)$$

Відносний рівень змінної напруги на опорі навантаження рівний:

$$\Delta = \frac{u_{n-}}{u_{n\sim}} = \frac{T}{4 \frac{R_{\phi} R_n}{R_{\phi} + R_n} C_{\phi}}, \quad (2.55)$$

де T – період несучої частоти.

Вказані відношення справедливі для $\tau_{\phi} \gg T$.

Загальна передатна функція ФЧВ:

$$W_{\phi ЧВ} = \frac{U}{U_{n-}} = k_{\phi ЧВ} \frac{1}{(\tau_{\phi ЧВ} p + 1)}, \quad (2.56)$$

де $k_{\phi ЧВ}$ та $\tau_{\phi ЧВ}$ визначаються формулами (2.53) і (2.54).

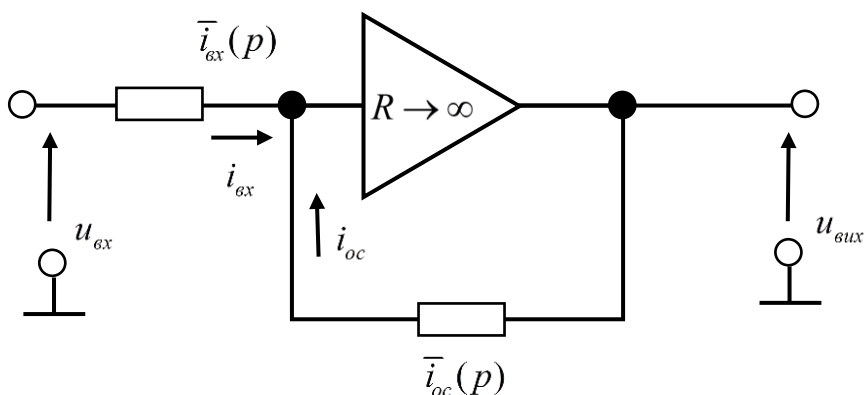


Рис. 2.8 Структурна схема підсилювача

Передатна функція коригуючої ланки формується підсилювачем постійного струму з великим коефіцієнтом підсилення, що охопчений від'ємним зворотнім зв'язком на RC елементах. Структурна схема підсилювача показана на рис. 2.8. Відмітимо основні положення стосовно операційних підсилювачів:

1. Головне рівняння операційного підсилювача – сума струмів у точці e дорівнює нулю:

$$i_{oc} + i_{ex} = 0, \quad (2.58)$$

де i_{oc} – струм в ланцюзі зворотнього зв'язку, а i_{ex} – струм вихідного ланцюга.

2. Напруга в точці суми мала у порівнянні з u_{ex} і u_{vix} та може бути прийнято рівним нулю. Іншими словами, точка суми – потенціально заземлена точка. Через це для вхідного струму та струму зворотнього зв'язку справедливі відношення:

$$i_{ex} = \frac{u_{ex}}{z_{ex}}; i_{oc} = \frac{u_{vix}}{z_{zz}}. \quad (2.59)$$

де $z_{zz}(p)$ та $z_{ex}(p)$ – еквівалентні опори в операторній формі, які можна знайти по формулах (2.59) для кожної конкретної схеми.

При синтезі системи стабілізації доводиться вирішувати зворотню, у загальному більш складну задачу, - по виду бажаної передатної функції обрати схему та величини конденсаторів та опорів вхідного ланцюга та ланцюга зворотнього зв'язку. Розглянемо одну з схем операційного підсилювача, що дозволяє реалізувати бажану ЛАХ коригуючої ланки.

Підсилювач потужності (ПП), як правило, може бути представлений пропорційною ланкою. Якщо в ПП входить модулятор, то він вносить у канал регулювання так зване «чисте» запізнювання ($e^{-p\tau}$) з постійною часу τ рівною приблизно четверті періода модуляції. Так як частота живлення двигунів стабілізації достатньо велика, то це запізнювання можна врахувати, включивши його в малі постійні часу. В ПП постійного струму зазвичай використовується принцип широтно-імпульсної модуляції (ШІМ), у цьому випадку ПП також має малу постійну часу рівну приблизно четверті періода слідування імпульсів. Умовна стійкість накладає специфічні вимоги до лінійної характеристики ПП і всього підсилювача. Так як втрата стійкості може відбуватися при зменшенні коефіцієнта підсилення, то в підсилювачі не допустима зона нечутливості, яка може з'явитися в ПП при виборі робочої точки вихідних транзисторів з нульовими початковими струмами. При наявності у підсилювача приведеної до входу зони не чутливості, що рівна u_0 , у каналі стабілізації виникають низькочастотні

автоколивання з частотою, близькою до ω_a (рис. 2.5), і амплітудою, не на багато більшою за величину $u_0 / k_{дп}$. Вплив сухого тертя може привести до відсутності автоколивань. Тим не менш вимоги до лінійності вихідної характеристики підсилювача повинні бути таким, щоб мінімальний коефіцієнт підсилення забезпечив достатній запас (не менше 6 дБ) стійкості по модулю в сторону пониження $k_{нідс}$.

2.7 Схема реалізації частотної характеристики коригуючої ланки. Методика розрахунку

У загальному амплітудно-частотна характеристика підсилювача виглядає наступним чином. У статичі і на інфранизких частотах повинен бути більший коефіцієнт підсилення, що забезпечить необхідну точність. Потім коефіцієнт підсилення повинен знизитись, привівши тим самим $\omega_{зр}$ в область допустимих частот. У районі частоти зрізу повинен бути підйом частотної характеристики для створення необхідного запасу стійкості по фазі і забезпечення якості регулювання. На високих частотах коефіцієнт підсилення повинен бути меншим для зниження впливу електричних та механічних шумів. Найпростіша передатна функція ланки з такими характеристиками матиме вид:

$$W(p) = W(0) \frac{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1)}, \quad (2.60)$$

де $T_1 > T_2 > T_3 > T_4 > T_5$.

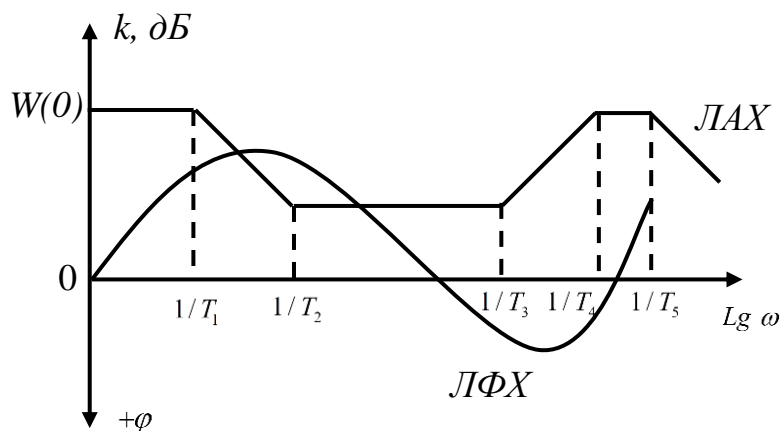


Рис. 2.9 Частотні характеристики (ЛАХ та ЛФХ коригуючої ланки)

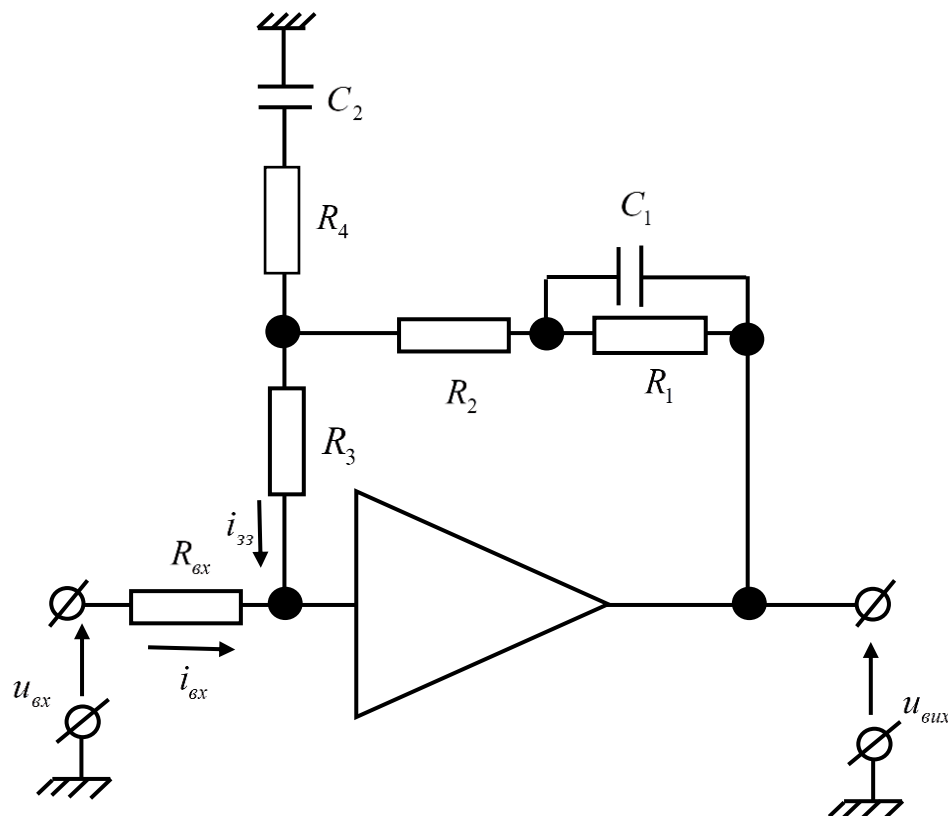


Рис. 2.10 Схема коригуючої ланки

Асимптотичні ЛАХ та ЛФХ приведені на рис. 2.9. Статичний коефіцієнт підсилення підсилювача дорівнює:

$$W(0) = k_{ПВЧ} k_{ФЧВ}(0) k_{ПТС}. \quad (2.61)$$

Постійна часу T_5 реалізується фільтром, що стоїть після ФЧВ. Основну роль в формуванні $W(p)$ належить операційному підсилювачу.

Розглянемо схему (рис. 2.10), що дозволяє отримати необхідну передатну функцію.

Знайдемо i_{BX} та i_{33} :

$$i_{BX} = u_{BX} / R_{BX};$$

$$i_{33} = \frac{u_{BHX}}{R_2 + \frac{R_1 \frac{1}{C_1 p}}{R_1 + \frac{1}{C_1 p}} + \frac{R_3 \left(R_4 + \frac{1}{C_2 p} \right)}{R_3 + R_4 + \frac{1}{C_2 p}}} \cdot \frac{R_3 \left(R_4 + \frac{1}{C_2 p} \right)}{R_3 + R_4 + \frac{1}{C_2 p}} \cdot \frac{1}{R_3} = \frac{u_{BHX} (R_1 C_1 p + 1) (R_4 C_2 p + 1)}{A p^2 + B p + C}. \quad (2.62)$$

$$\text{де } A = R_1 C_1 C_2 (R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4);$$

$$B = R_1 R_2 C_1 + R_1 R_3 C_1 + R_1 R_3 C_2 + R_1 R_4 C_2 + R_2 R_3 C_1 + R_2 R_4 C_2 + R_3 R_4 C_2;$$

$$C = R_1 + R_2 + R_3;$$

Представляючи (2.62) та (2.63) в (2.64), отримаємо:

$$W_{\Pi\Pi C}(p) = \frac{1}{R_{BX}} \frac{A p^2 + B p + C}{(R_1 C_1 p + 1)(R_4 C_2 p + 1)}. \quad (2.65)$$

Передатна функція інтегродиференційної ланки має вид:

$$W_{\Pi\Pi C}(p) = W_{\Pi\Pi C}(0) \frac{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_4 p + 1)}. \quad (2.66)$$

З порівняння виразів (2.65) та (2.66) очевидно:

$$k_{\Pi\Pi C} = W_{\Pi\Pi C}(0) = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_{BX}}; \quad T_1 = R_1 C_1; T_4 = R_4 C_2; \quad (2.68)$$

а $-1/T_2$ та $1/T_3$ – корні рівняння

$$\frac{A}{C} p^2 + \frac{B}{C} p + 1 = 0. \quad (2.68)$$

Вирази (2.67) та (2.68) з урахуванням (2.64) дають можливість по заданим величинам опору та ємності визначити передатну функцію $W_{\Pi\Pi C}(p)$.

Більш складною є зворотна задача вибору номіналів $R_1 - R_4$ та C_1, C_2 по заданим постійним часу $T_1 - T_4$, при чому $T_1 > T_2 > T_3 > T_4$.

З (2.68), використовуючи теорему Вієта, можемо записати:

$$\frac{A}{C} = \frac{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 + R_1 R_2 R_4 C_1 C_2 + R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}{R_1 + R_2 + R_3} = T_2 T_3;$$

$$\frac{B}{C} = \frac{R_1 R_2 C_1 + R_1 R_3 C_1 + R_1 R_3 C_2 + R_1 R_4 C_2 + R_2 R_3 C_2 + R_2 R_4 C_2 + R_3 R_4 C_2}{R_1 + R_2 + R_3} = T_2 + T_3; \quad (2.69)$$

$$R_1 C_1 = T_1; \quad R_4 C_2 = T_4;$$

Задача ставиться наступним чином. Знайти такі величини опору R_1, R_2, R_3, R_4 та ємності C_1, C_2 , щоб задовольнити систему рівнянь (2.69). Так як невідомих величин 6, а рівнянь 4, то необхідно задати дві величини з тих, що шукаємо.

Попередньо спробуємо спростити перші два рівняння (2.69), для чого підставимо у них вирази T_1 та T_4 :

$$\frac{R_1 T_4 + R_2 R_3 C_2 + R_2 T_4}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{T_2 T_3}{T_1};$$

$$\frac{R_1 T_4 + R_1 R_3 C_2 + R_2 T_1 + R_2 T_4 + R_2 R_3 C_2 + R_3 T_1 + R_3 T_4}{R_1 + R_2 + R_3} = T_2 + T_3. \quad (2.70)$$

Віднімаючи від другого рівняння системи (2.70) перше отримаємо:

$$\frac{(R_2 + R_3) T_4 + R_2 R_3 C_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{T_2 T_3}{T_1};$$

$$\frac{(R_2 + R_3) T_1 + R_1 R_3 C_2 + R_1 T_4}{R_1 + R_2 + R_3} = T_2 + T_3 - \frac{T_2 T_3}{T_1}. \quad (2.71)$$

У систему рівнянь (2.71) входять невідомі R_1, R_2, R_3, C_2 . Будемо задавати величини R_1 і C_2 , а знаходити R_2 та R_3 . Позначимо:

$$R_3 = x; \quad R_2 = y; \quad T_2 + T_3 - \frac{T_2 T_3}{T_1} = T; \quad T_1 - T = e.$$

Тоді $R_2 = y - x$; $R_2 R_3 = x(y - x) = xy - x^2$.

З урахуванням прийнятих позначень (2.71) приймає вид:

$$\frac{T_4 y + x(y - x) C_2}{R_1 + y} = \frac{T_2 T_3}{T_1};$$

$$\frac{T_4 y + R_1 C_2 x + R_1 T_4}{R_1 + y} = T; \quad (2.72)$$

З другого рівняння системи (2.72) знаходимо:

$$y = \frac{(T - T_4)}{e} R_1 - \frac{R_1 C_2}{e} x \quad (2.73)$$

і підставляємо його в перше рівняння системи (2.72). Отримаємо рівняння виду:

$$\alpha' x^2 + \beta' x + \gamma' = 0, \quad (2.74)$$

$$\text{де } \alpha' = \frac{R_1 C_2 + e}{e} C_2; \beta' = \frac{R_1 C_2}{e} (2T_4 - T_2 - T_3); \gamma' = \frac{R_1}{e} (T_2 - T_4)(T_3 - T_4).$$

Скоротивши (2.74) на $1/e$, отримаємо:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \quad (2.75)$$

$$\text{де } \alpha = (R_1 C_2 + e) C_2; \beta = R_1 C_2 (2T_4 - T_2 - T_3); \gamma = R_1 (T_2 - T_4)(T_3 - T_4).$$

Дискримінант D рівняння (2.75) дорівнює:

$$D = \beta^2 - 4\alpha\gamma. \quad (2.76)$$

Величини R_1 та C_2 повинні бути обрані таким чином, щоб виконувалась нерівність:

$$D \geq 0. \quad (2.77)$$

Нерівність (2.77) є одним з умов реалізації заданої передатної функції з вибраними R_1 та C_2 . Розкриваючи (2.76) і позначивши, отримаємо:

$$\begin{aligned} D &= \tau^2 [(T_2 - T_4) + (T_3 - T_4)]^2 - 4(\tau + e)\tau(T_2 - T_4)(T_3 - T_4) = \\ &= \tau^2 (T_2 - T_3)^2 - 4\tau e(T_2 - T_4)(T_3 - T_4) \geq 0. \end{aligned} \quad (2.78)$$

Вирішуючи (2.78) відносно τ , отримаємо:

$$\tau \geq \frac{4[T_1^2 - T_1(T_2 + T_3) + T_2 T_3](T_2 + T_3)(T_2 + T_3)}{T_1(T_2 + T_3)_2} = N. \quad (2.80)$$

З нерівності (2.79) видно, що немає необхідності задавати окремо величини R_1 та C_2 , достатньо обрати значення $\tau = R_1 C_2$. Конкретні значення R_1 та C_2 можна обрати, виходячи з конструктивних міркувань.

Вираз, що стоїть у правій частині нерівності (2.79), завжди додатне, через це умова (2.79) накладає дійсне обмеження при будь-яких $T_1 \dots T_4$. Якби вираз у правій частині нерівності при яких-небудь $T_1 \dots T_4$ було від'ємним, то умова реалізації виконувалась би при будь-яких $\tau > 0$.

Повернемось до рівняння (3,75). Його корні:

$$x_{12} = \frac{-\beta \pm \sqrt{D}}{2\alpha} = \frac{(T_2 + T_3 - 2T_4)\tau \pm \tau(T_2 - T_3)\sqrt{1 - \frac{N}{\tau}}}{2(\tau + e)C_2}. \quad (2.81)$$

Друга умова реалізації:

$$x > 0 \quad (2.82)$$

виконується завжди, так як $e > 0$:

$$\begin{aligned} e &= T_1 - T_2 - T_3 + \frac{T_2 T_3}{T_1} = \frac{1}{T_1} (T_1^2 + T_2 T_3 - T_1 T_2 - T_1 T_3) = \\ &= \frac{1}{T_1} (T_1 - T_2)(T_1 - T_3) > 0, \end{aligned}$$

за умовою $T_1 > T_2 > T_3$.

Так як $x_1 x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{R_3 (T_2 - T_4)(T_3 - T_4)}{(\tau - e)C_2} > 0$, то x_1 та x_2 – додатні.

Третьою умовою реалізації є:

$$R_2 = y - x = \frac{T - T_4}{e} R_1 - \left(1 + \frac{\tau}{e}\right) x > 0 \quad (2.83)$$

або після підстановки значення x з (2.81) і спрощення:

$$\left(T_2 + T_3 - \frac{2T_2 T_3}{T_1}\right) \geq \pm \sqrt{D}. \quad (2.84)$$

Величина, що стоїть у дужках у лівій частині нерівності (2.84), завжди додатна так як:

$$\begin{aligned} T_2 + T_3 - 2\frac{T_2 T_3}{T_1} &= \frac{1}{T_1} [(T_2 + T_3)T_1 - 2T_2 T_3] > \\ &> \frac{1}{T_1} [(T_2 + T_3)T_2 - 2T_2 T_3] = \frac{T_2}{T_1} (T_2 - T_3) > 0. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Отже, одне з нерівностей (2.84) виконується при будь-якому додатному τ , забезпечуючи тим самим існування хоча б одного додатного значення для R_2 .

Таким чином, умова (2.77) є єдиною умовою реалізації інтегродиференційної коригуючої ланки по заданим постійним часу. Опір R_2 визначається за виразом:

$$R_{2,2} = \frac{T_1 - T_4 - e}{e} R_1 - \frac{\tau + e}{e} x_{1,2}. \quad (2.86)$$

З отриманих формул знаходимо:

$$e = T_1 + \frac{T_2 T_3}{T_1} - T_2 - T_3 = 0,837 \text{ с.}$$

$$N = \frac{4e(T_2 - T_4)(T_3 - T_4)}{(T_2 - T_3)^2} = 0,82 \text{ с.}$$

Обираємо $\tau > N$, $\tau = 1,2 \text{ с}$, $N / \tau = 0,683$. При розрахунку величини опору будемо знаходити в мегаомах, ємність в мікрофарадах. Нехай $C_2 = 0,5 \text{ мкФ}$. Тоді $R_1 = \tau / C_2 = 2,4 \text{ МОм}$. Знаходимо R_4 та C_1 :

$$R_4 = \frac{T_4}{C_2} = \frac{1,25 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ ММО};$$

$$C_1 = \frac{T_1}{R_1} = \frac{0,9}{2,4} = 0,375 \text{ мкФ}.$$

Визначаємо R_3 по формулі:

$$R_{3,2} = \frac{(T_2 + T_3 - 2T_4)\tau \pm \tau(T_2 - T_3)\sqrt{1 - \frac{N}{\tau}}}{2(\tau + e)C_2} \cdot \begin{cases} 50 \cdot 10^{-3} \text{ МОм} \\ 21,4 \cdot 10^{-3} \text{ МОм} \end{cases}.$$

Знаходимо R_2 по формулі:

$$R_{2,1,2} = \frac{1}{e} \left[(T_1 - T_4 - e) R_1 - (\tau + e) R_{3,1,2} \right] = \begin{cases} 55,5 \cdot 10^{-3} \text{ МОм} \\ 125 \cdot 10^{-3} \text{ МОм} \end{cases}.$$

Кінечні значення:

$$\begin{aligned} R_1 &= 2,4 \text{ МОм}; R_2 = 56 \text{ кОм}; R_3 = 50 \text{ кОм}; \\ R_4 &= 2,5 \text{ кОм}; C_1 = 0,375 \text{ мкФ}; R_1 = 0,5 \text{ мкФ}. \end{aligned}$$

По формулам (2.67), (2.68) знаходимо уточнені значення $T_1 \dots T_4$, що слугує також перевіркою вірності обчислень:

$$A = R_1 C_1 C_2 (R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4) = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ МОм}^3 \cdot \text{мкФ}^2;$$

$$\begin{aligned} B &= R_1 R_2 C_1 + R_1 R_3 C_1 + R_1 R_3 C_2 + R_1 R_4 C_2 + R_2 R_3 C_1 + \\ &+ R_2 R_4 C_2 + R_3 R_4 C_2 = 160 \cdot 10^{-3} \text{ МОм}^2 \cdot \text{мкФ}; \end{aligned}$$

$$C = R_1 + R_2 + R_3 = 2,506 \text{ МОм};$$

Рівняння (2.68) має вид:

$$5,5 \cdot 10^{-4} p^2 + 6,4 \cdot 10^{-2} p + 1 = 0,$$

$$\text{звідки } -1/T_1 = p_1 = -18,7 \text{ с}^{-1}; -1/T_2 = p_2 = -98 \text{ с}^{-1};$$

$$T_1 = 0,0535 \approx 0,053 \text{ с}; T_2 = 0,0102 \approx 0,01 \text{ с};$$

2.8 Особливості роботи системи стабілізації, зв'язані з умовною стійкістю

При проектуванні ГСП необхідно враховувати особливості, зв'язані з умовною стійкістю системи. Зменшення коефіцієнта підсилення у реальній системі зазвичай зв'язано з нелінійністю типу «зона нечутливості» або «насищення» в характеристиці підсилювача стабілізації. Усунення нелінійності через недопустимість зони нечутливості не викликає особливих труднощів. Що стосується насичення, то так як будь-який підсилювач має обмежену зону лінійності, це питання потребує спеціального аналізу.

Насищення підсилювача може відбуватися по одній з наступних причин:

перевищення моменту збурення;

робота при великих початкових умовах по куту α , що перевищують зону нелінійності;

робота при наявності електричних чи механічних перешкод.

Перша причина виключаються вибором відповідного запасу по моменту, яким володіємо.

Робота при великих початкових не узгодженнях (початкові умови по куту α) неминуха в момент включення системи, якщо не приймаються спеціальні заходи для зменшення цього кута. Також неминуха робота при наявності електричних чи механічних перешкод.

Розглянемо роботу системи стабілізації при великих початкових неузгодженнях. Вони можуть виникати при увімкненні системи стабілізації. Збуренням для системи стабілізації у цьому випадку слугує сигнал початкового неузгодження по куту $\alpha = \alpha(0)$. Якщо кут $\alpha(0)$ великий, то підсилювач знаходиться в насиченні. Ураховуючи, що система стабілізації умовно стійка, перехідний процес у ній може виявитися нестійким – гіроскоп вдариться об опори. Режим початкового узгодження стане неможливим. Знайдемо граничні значення α^* , при якому система стабілізації буде нестійкою.

Позначимо: α_0 – зона нелінійності по куту неузгодження. $\bar{u}_{\text{ПДС}}$ – максиміальна напруга підсилювача.

$$\alpha_0 = \frac{\bar{u}_{\text{ПДС}}}{k_{\text{ПДС}} k_{\text{ДК}}}, \quad (2.87)$$

де $k_{\text{ДК}}$ – крутизна датчика кута; $k_{\text{ПДС}}$ – коефіцієнт підсилення на лінійній ділянці.

Для аналізу використаємо метод гармонійного балансу. Незважаючи на те, що гіпотеза фільтру для низьких частот як ω_2 (ω_2 – частота зрізу УСС на границі стійкості) не завжди справедлива, метод гармонічних лінеаризацій дозволяє отримати якісну картину і зрозуміти сутність явища.

Формула гармонічних лінеаризацій з насиченням визначається за виразом:

$$\tilde{k}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = k \frac{2}{\pi} \left(\arcsin \frac{\alpha_0}{\alpha} + \frac{\alpha_0}{\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^2} \right), \quad (2.88)$$

де \tilde{k} – еквівалентний коефіцієнт підсилення; k – коефіцієнт підсилення на лінійній ділянці. Для цього випадку:

$$k = k_{\text{пдс}}(0) |W(j\omega)|, \quad (2.89)$$

де $k_{\text{пдс}}(0)$ – статичний коефіцієнт підсилення; $|W(j\omega)|$ – модуль передатної функції коригуючої ланки на частоті ω ; α – амплітуда можливих автоколивань, у нашому випадку початкове неузгодження.

Для спрощення формули (2.88) розкладемо $\arcsin \frac{\alpha_0}{\alpha}$ та $\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^2}$ в ряд Тейлора та обмежимо першим наближенням. Отримаємо:

$$\tilde{k}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = k \frac{4}{\pi} \left[\frac{\alpha_0}{\alpha} - \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^3 \right]. \quad (2.90)$$

При $\alpha / \alpha_0 \geq 3$ член $1 / 4(\alpha_0 / \alpha) < 0,01$ може бути опущений. Формула (2.90) стане ще простішою:

$$\tilde{k}(\alpha / \alpha_0) = k \frac{4}{\pi} \frac{\alpha_0}{\alpha} \text{ при } \alpha \geq 3\alpha_0 \quad (2.91)$$

Введемо позначення:

$$\Delta k = \frac{k}{\tilde{k}(\alpha / \alpha_0)}, \quad (2.91)$$

А з (2.91) маємо:

$$\Delta k = \frac{\pi}{4} \frac{\alpha}{\alpha_0}. \quad (2.93)$$

Величина Δk при $\alpha \geq 3\alpha_0$ показує, у скільки разів (або на скільки дБ) зменшується коефіцієнт підсилення при амплітуді коливань, що рівна α . УСС стабілізації знаходиться на границі стійкості при зниженні коефіцієнта підсилення на величину Δk^* [дБ]. Підставляючи Δk^* у формулу (2.93), знайдемо критичне значення α^* початкового неузгодження, при якому у системі можуть виникати автоколивання:

$$\alpha^* = \frac{4}{\pi} \Delta k^* \alpha_0. \quad (2.94)$$

Автоколивання у системі можуть виникати при $\alpha \geq \alpha^*$, коли $\Delta k \geq \Delta k^*$. При цьому частота автоколивань буде належати області $\omega \leq \omega_2$. Як буде описано нижче, виникаючи на частоті ω_2 , автоколивання будуть сходитись до точки ω_1 , але нас не цікавить умова виникнення автоколивань. Так як Δk та α_0 залежать від частоти, то значення α^* також є функцією частоти. Для визначення області стійкості по початковому неузгодженні серед $\alpha^*(\omega)$ знайдемо α_{\min}^* . З (2.87) та (2.89) отримаємо:

$$\alpha_0(p) = \frac{\bar{U}_{\text{ПДС}}}{k_{\text{ПДС}}(0)W(p)k_{\text{ДК}}}. \quad (2.95)$$

Δk^* для $\omega < \omega_2$ рівне модулю розімкнутої частотної характеристики або в операторній формі:

$$\Delta k^*(p) = W_{\text{роз}}(p). \quad (2.96)$$

З урахуванням виразу (2.37) для $W_{\text{роз}}(p)$ рівняння (2.96) приймає вид:

$$\Delta k^*(p) = 2ik_{\text{ДК}}k_{\text{ДВ}}k_{\text{ПДС}}(0)W(p)W_0(p), \quad (2.97)$$

де $W_0(p)$ – передатна функція об'єкта регулювання, що дорівнює:

$$W_0(p) = \frac{1}{2h^D i^2 p(T_0 p + 1)}. \quad (2.98)$$

Підставляючи вирази (2.95) та (2.97) у (2.94), отримаємо:

$$\alpha^* = \frac{4}{\pi} 2ik_{\text{ДВ}}\bar{u}_{\text{ПДС}}W_0(p). \quad (2.99)$$

З формули (2.99) можна побачити, що α^* не залежить від коефіцієнта підсилення підсилювача і датчика. α^* не залежить і від передатної функції коригуючої ланки. Критичне значення неузгодження пропорційне моменту M_p , який з урахуванням при двигунів дорівнює:

$$M_p = 2ik_{\text{ДВ}}\bar{u}_{\text{ПДС}}. \quad (2.100)$$

Таким чином, справжня природа насичення зв'язана з обмеженням по моменту. Модуль передатної функції об'єкта зменшується з ростом частоти. Через це найменше значення α^* приймається при $\omega = \omega_2$. Отже:

$$\alpha_{\min}^* = \frac{4}{\pi} M_p |W_0(j\omega_2)|. \quad (2.101)$$

Як правило $\omega_2 \gg 1/T_0$. Враховуючи, що $T_0 = \frac{I_1 + 2I^D i^2}{2h^D i^2}$, формулу (2.101) можна наближено записати у вигляді:

$$\alpha_{\min}^* = \frac{4}{\pi} \frac{M_p}{(I_1 + 2i^2 I^D) \omega_2^2}. \quad (2.102)$$

Виходячи з отриманих формул, проведемо обчислення. Параметри стабілізації:

$$I_1 = 10,2 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \text{ (200 гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2 \text{)}.$$

$$\text{Максимальний момент двигуна: } M_0 = 20,4 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м} \text{ (20 гс} \cdot \text{см)}.$$

Використана двохдвигунна схема, тому:

$$M_p = 2iM_0 = 2,45 \cdot 10^{-1} \text{ Н} \cdot \text{м} \text{ (2400 гс} \cdot \text{см)};$$

$$h^D = 3,26 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} \text{ (3,2} \cdot 10^{-2} \text{ гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с)};$$

$$I_1 + 2i^2 I^D = 212 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \text{ (207 гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2 \text{)};$$

$$T_0 = \frac{207}{2 \cdot 3,3 \cdot 10^{-2} \cdot 60^2} = 0,9 \gg \frac{1}{\omega_2}.$$

По формулі (2.102) маємо:

$$\alpha_{\min}^* = \frac{4}{3,14} \frac{2400}{207 \cdot 50^2} = 0,006 \text{ рад} = 22'.$$

З вищесказаного випливає, що область стійкості визначається нерівністю:

$$\alpha \leq \alpha_{\min}^*. \quad (2.103)$$

Точка α_{\min}^* є точкою нестійкості автоколивань. Дійсно, при випадковому зменшенні амплітуди коливань еквівалентний коефіцієнт підсилення зростає, ЛАХ

зміщується вгору, з'являється додатній запас по фазі, амплітуда продовжує зменшуватись і коливання затухають. При збільшенні амплітуди еквівалентний коефіцієнт підсилення зменшується, ЛАХ зміщується ще більше вниз, а амплітуда продовжує рости.

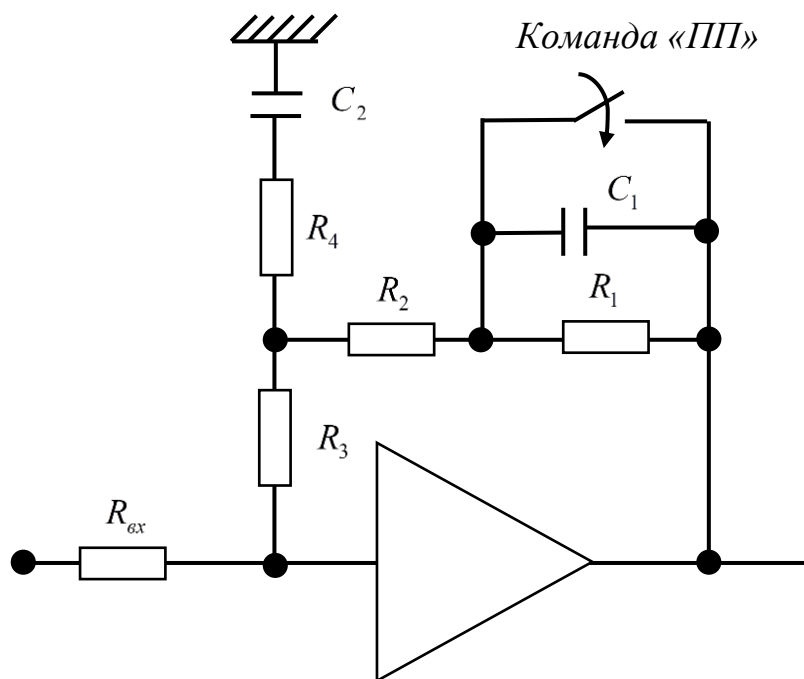


Рис. 2.11 Корируюча ланка з перемикачем для роботи у режимі початкового приведення

Таким чином, стає зрозуміло, що УСС не в змозі забезпечити режим роботи при великих початкових умовах по куту відхилення. У цьому випадку необхідно так змінити передатну функцію корируючої ланки, щоб система стала абсолютно стійкою. Найлегше це зробити, закоротивши у корируючій ланці ємність C_1 і опір R_1 (рис. 2.11) на час, достатній для закінчення перехідного процесу. У цьому режимі (режим початкового приведення), передатна функція корируючої ланки рівна:

$$W_{\kappa}(p) = \frac{k(\tau_1 p + 1)}{(T_4 p + 1)(T_5 p + 1)}, \quad (2.104)$$

де $k = \frac{R_2 + R_3}{R_{6x}}$; $\tau_1 = \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 \right) C_2$; $T_4 = R_4 C_2$; T_5 – постійна часу фільтру після

ФЧВ[10].

РОЗДІЛ 3

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Моделювання системи автоматичного керування з робастним регулятором буде відбуватися у середовищі Matlab з використанням інтерактивного інструменту Simulink для моделювання, імітації та аналізу динамічних систем, включаючи дискретні, неперервні та гібридні, нелінійні та розривні системи.

Спершу буде змодельована коригуюча ланка, отримана стандартним методом побудови системи автоматичного керування. За модель буде взято формулу (2.60) без урахування початкового приведення. У результаті отримані наступні графіки:

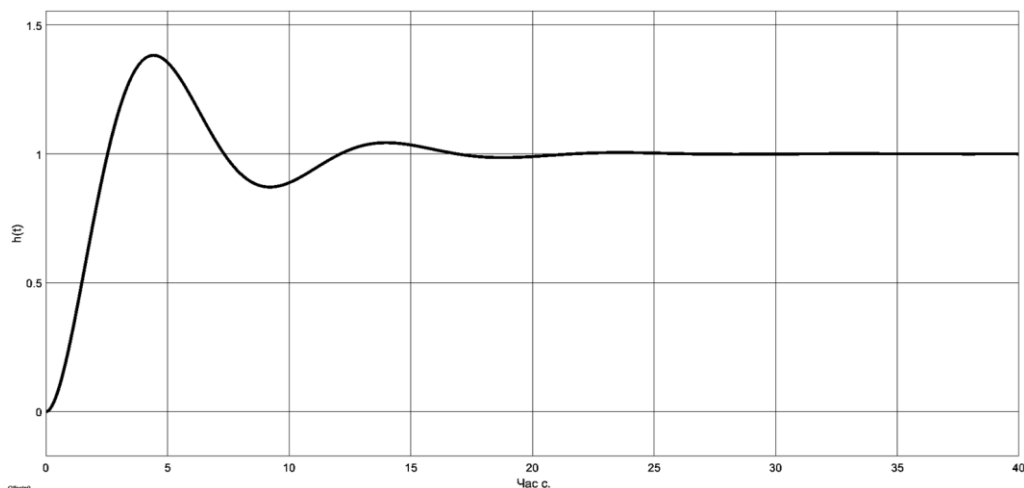


Рис. 3.1 Графік перехідної характеристики системи створеної стандартним методом

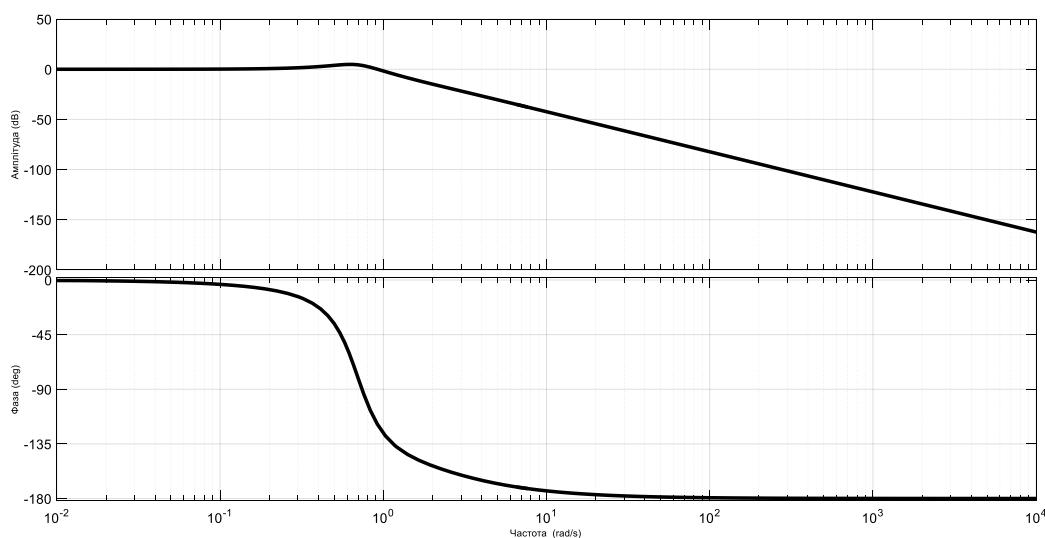


Рис. 3.2 Графіки частотних характеристик системи створеної стандартним методом

Найкращим предметом для синтезу та аналізу робастної системи керування за H_∞ технологією є програмне забезпечення представлене доцентом Центральної школи Ліону та вихідцем «Київського політехнічного інституту» Антоном Корнієнко. За допомогою цього програмного ресурсу ми маємо змогу побудувати систему автоматичного керування, яку ми хочемо отримати та синтезувати для неї необхідний регулятор.

Загальний підхід до роботи H_∞ синтезу можна описати наступним чином:

1. Визначення специфікації;
2. Моделювання та вибір структури управління;
3. H_∞ критерій побудови (Перетворення: специфікації $\rightarrow H_\infty$ критерії);
4. Стандартна постановка задачі H_∞ (рис. 3.3), де G – об'єкт, а K – регулятор;
5. Числове рішення стандартної задачі H_∞ ;
6. Зменшення порядку замовлення контролера.

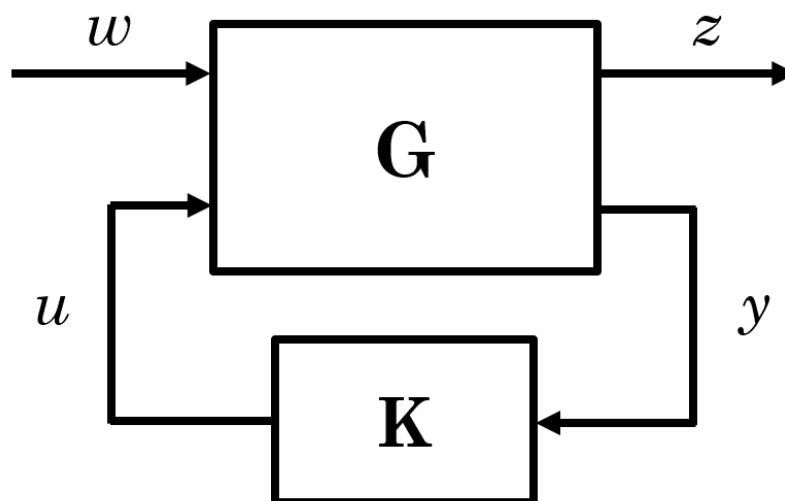


Рис. 3.3 Стандартна постановка задачі H_∞ синтезу

Виходячи з даних, представлених у попередньому розділі, отримаємо спрощену модель об'єкта. За формулою (2.36) знаходимо передатну функцію регулятора, яка дорівнює:

$$G(p) = \frac{230.4}{p(0.9p + 1)}$$

На рис. 3.1 зображена блок-схема регулятора, за якою можна знайти такі частотні обмеження:

$$\forall \omega \quad |S(j\omega)| \leq \frac{1}{|W_1(j\omega)|} \quad (3.1)$$

$$\forall \omega \quad |G(j\omega)S(j\omega)| \leq \frac{1}{|W_1(j\omega)W_3(j\omega)|} \quad (3.2)$$

$$\forall \omega \quad |K(j\omega)S(j\omega)| \leq \frac{1}{|W_2(j\omega)|} \quad (3.3)$$

$$\forall \omega \quad |T(j\omega)| \leq \frac{1}{|W_2(j\omega)W_3(j\omega)|}. \quad (3.4)$$

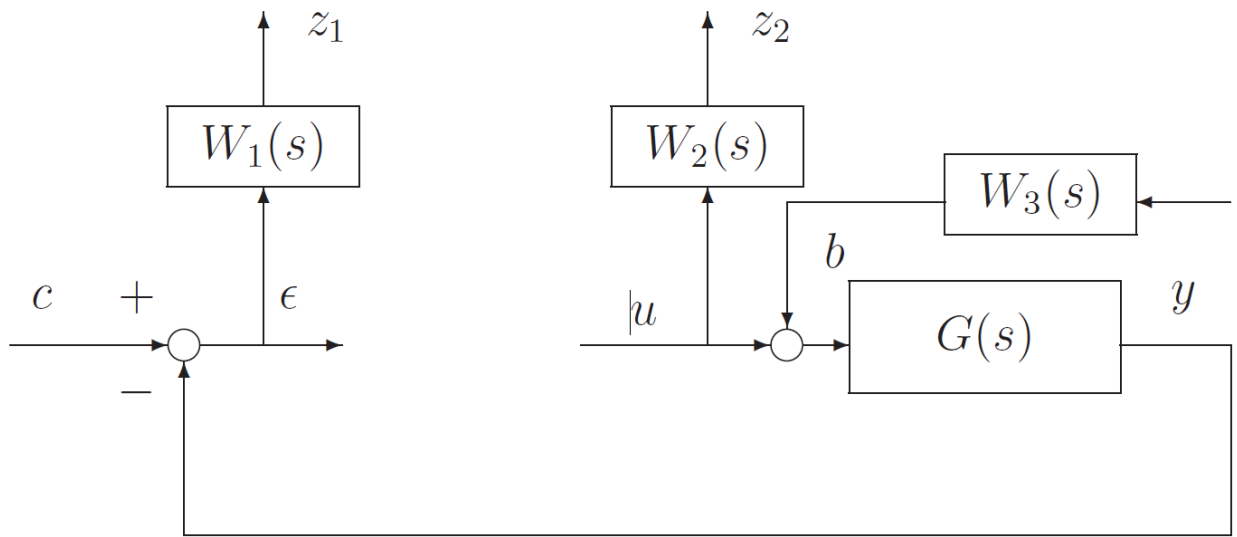


Рис. 3.4 Блок-схема об'єкта керування робастної системи

Також, знайдемо власні частоти системи за формулою:

$$W(p) = \frac{K(p)}{1 + K(p)G(p)} = 0; \quad (3.5)$$

Після виконання перетворень отримаємо рівняння:

$$\begin{aligned}
 & 3.29 \cdot (p + 600.6) \cdot (p + 64.32) \cdot (p + 21.58) \times \\
 & \times p \cdot (0.9p + 1) / (p - 0.017) * (p^2 + 725p + 180000) \cdot p \times \\
 & \times (0.9p + 1) + 3.29 \cdot (p + 600.6) \cdot (p + 64.32) \cdot (p + 21.58) \cdot 230.4 = 0
 \end{aligned}$$

Корені такого рівняння і є власні частоти системи:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= -600,3; & p_2 &= -3,47 - 3,33i; & p_3 &= -3,47 + 3,33i; \\
 p_4 &= -1,11; & p_5 &= 0.
 \end{aligned}$$

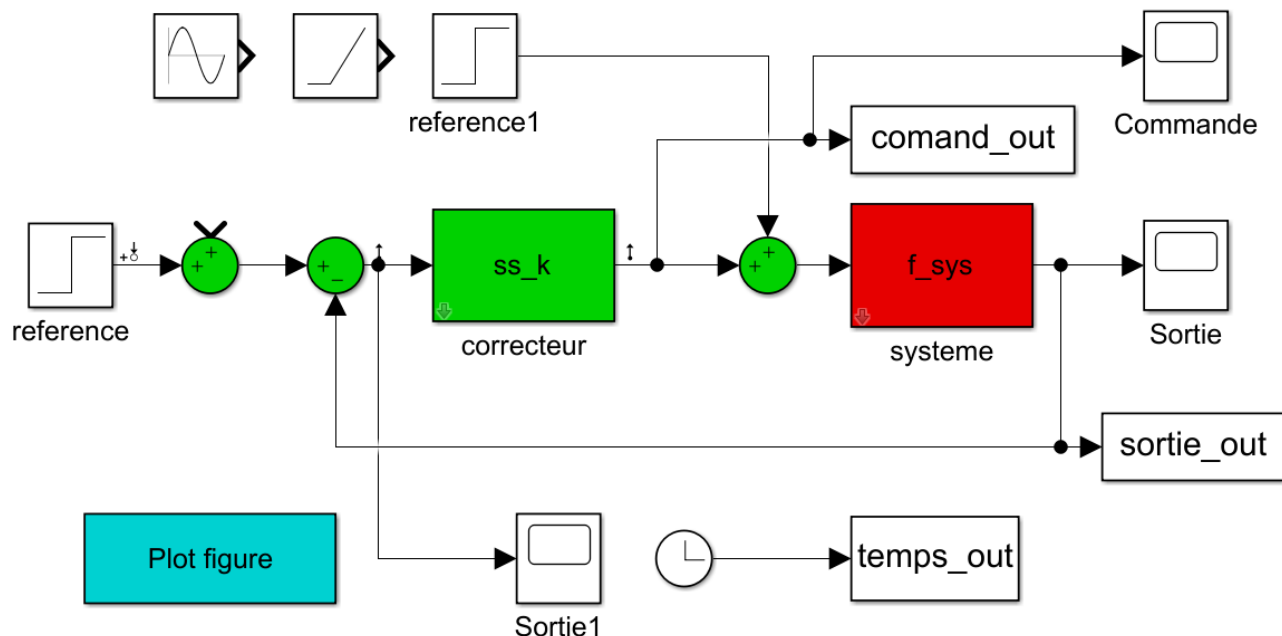


Рис. 3.5 Система побудова в Simulink для дослідження дії зовнішніх збурень

Подамо на регулятор кроковий сигнал з точно заданою величиною, при цьому змінюючи параметри вимог до системи. Параметри, що змінюються від досліду до досліду запишемо в таблицю 1. Результати моделювання представлені в наступних графіках, де на графіках перехідних характеристик зверху – перехідна характеристика системи, а знизу – командний сигнал. На графіках частотних характеристик (ЧХ) представлено чотири результати, де 1-1 – це ЧХ передатної функції за похибкою, 1-2 – ЧХ передатної функції регулятора помноженої на передатну функцію за похибкою, 2-1 – ЧХ передатної функції об'єкта регулювання помноженої на передатну функцію за похибкою, 2-2 – ЧХ передатної функції замкненої системи керування.

Таблиця 1. Дані для моделювання системи з вхідним стрибковим збуренням

Назва параметра	Позначення	Дослід 1	Дослід 2	Дослід 3
Максимальне підсилення для $ W_1(j\omega) $, дБ	pwmax	6	6	6
Мінімальне підсилення для $ W_1(j\omega) $, дБ	pwmin	-80	-80	-80
Значення АЧХ об'єкта керування при в області низьких та високих частот	G0 та Ginf	$1/10^{pwmin/20}$	$1/10^{pwmin/20}$	$1/10^{pwmin/20}$
Частота зрізу $W_1(p)$, рад/с	wc	200 Рад / с	300 Рад / с	10 Рад / с
Коефіцієнт передачі $W_2(p)$	K2	0,1	0,1	0,1
Максимальне підсилення для $ W_2(j\omega) $, дБ	pwmax2	10	10	10
Мінімальне підсилення для $ W_2(j\omega) $, дБ	pwmin2	-30	-30	-30
Значення АЧХ об'єкта керування при в області низьких та високих частот	G02 та Ginf2	$1/10^{pwmin2/20}$	$1/10^{pwmin2/20}$	$1/10^{pwmin2/20}$
Частота зрізу $W_2(p)$, рад/с	wc2	200 Рад / с	300 Рад / с	25 Рад / с
Коефіцієнт передачі $W_3(p)$	K3	0,1	0,1	0,1

Дослід 1.

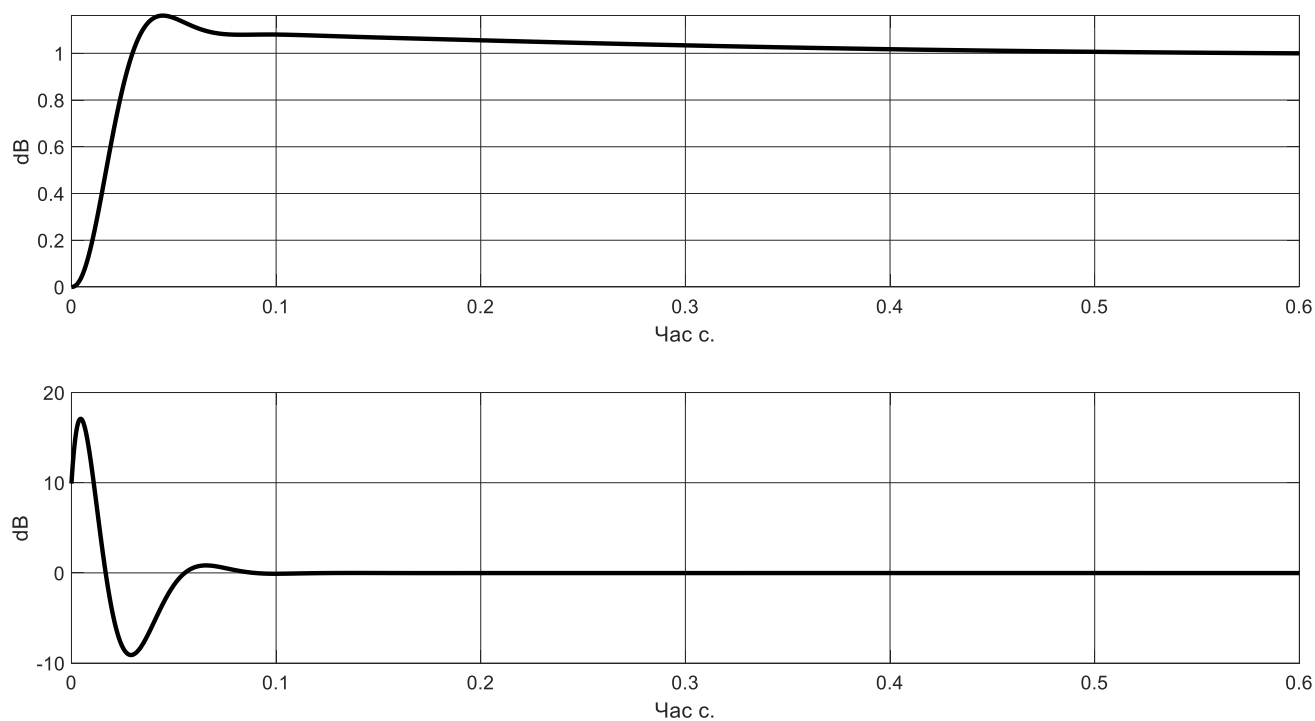


Рис. 3.6 Графіки перехідного процесу з вхідним стрибковим збуренням для дослідів 1

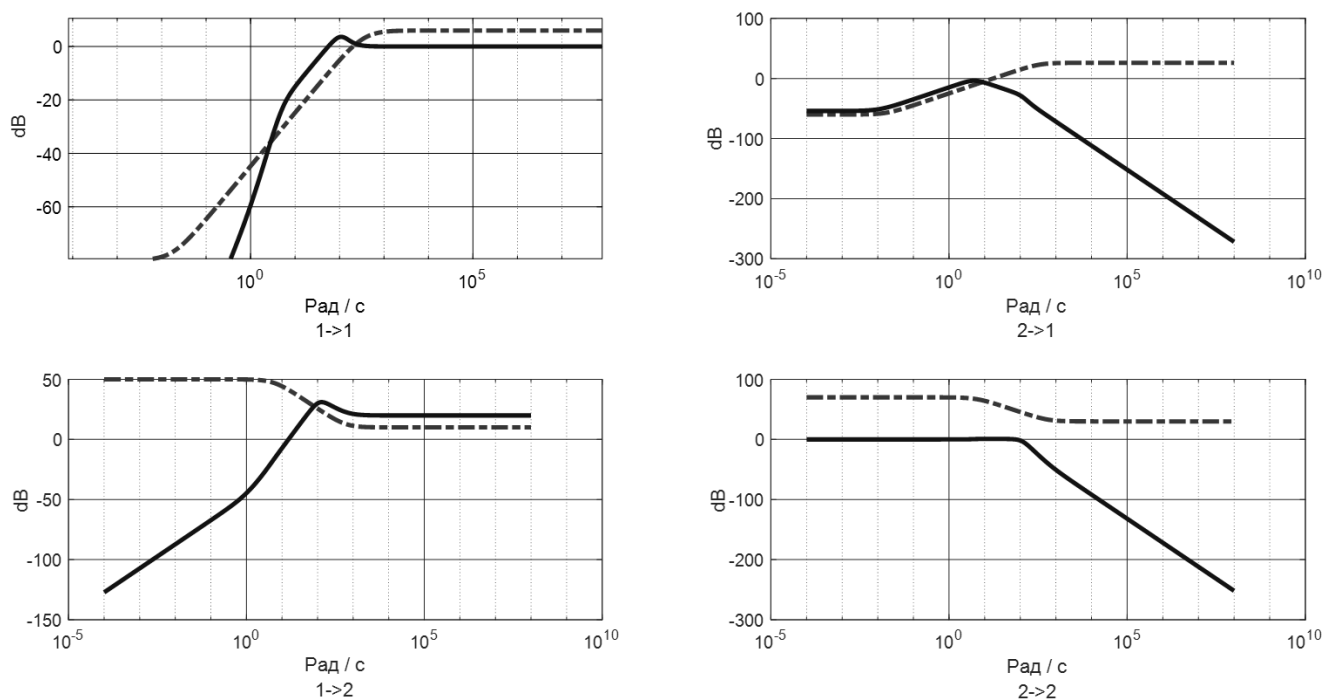


Рис. 3.7 Графіки частотних характеристик з вхідним стрибковим збуренням для дослідів 1

Дослід 2.

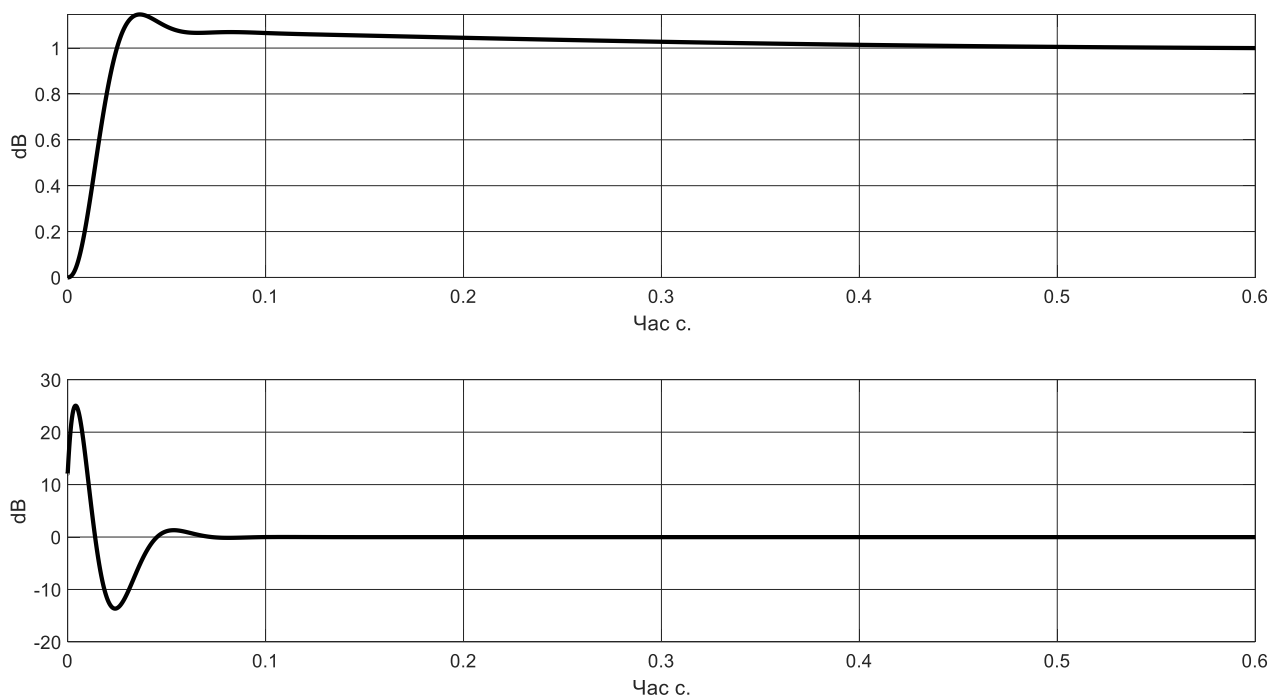


Рис. 3.8 Графіки перехідного процесу з вхідним стрибковим збуренням для дослідів 2

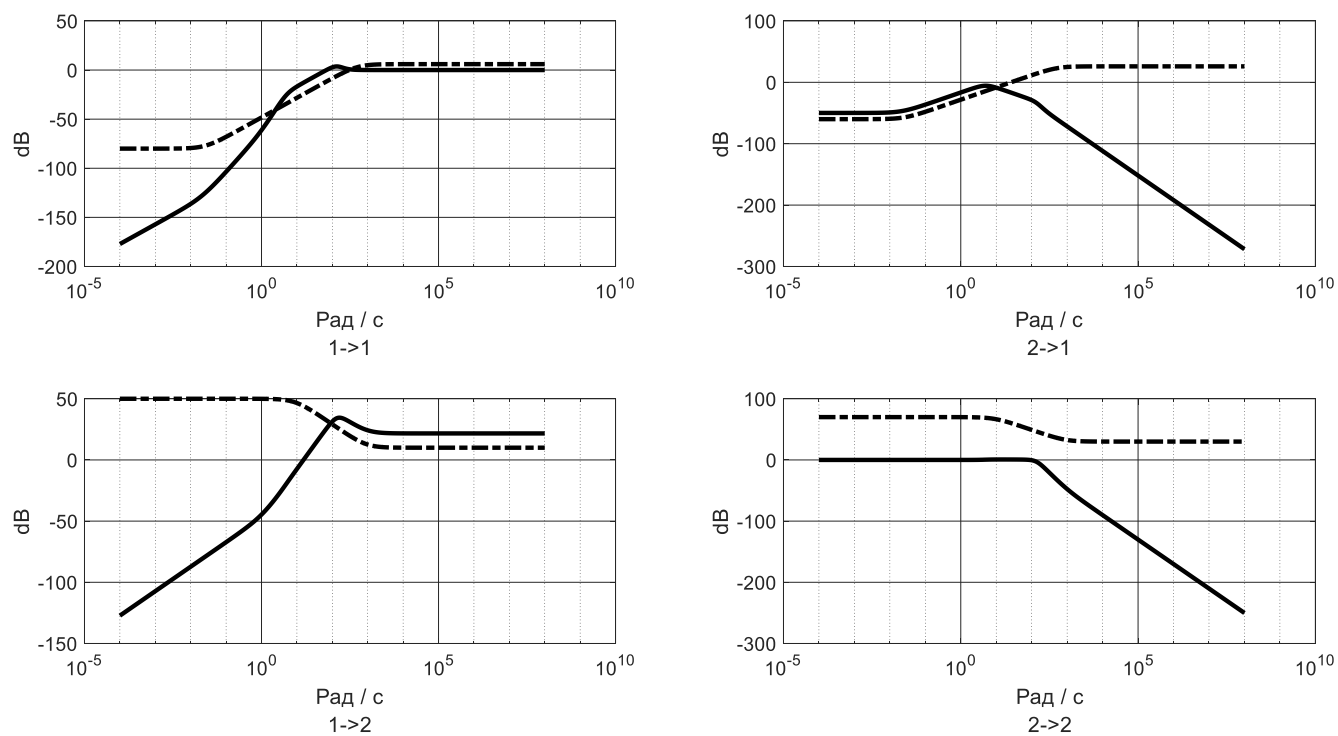


Рис. 3.9 Графіки частотних характеристик з вхідним стрибковим збуренням для дослідів 1

Дослід 3.

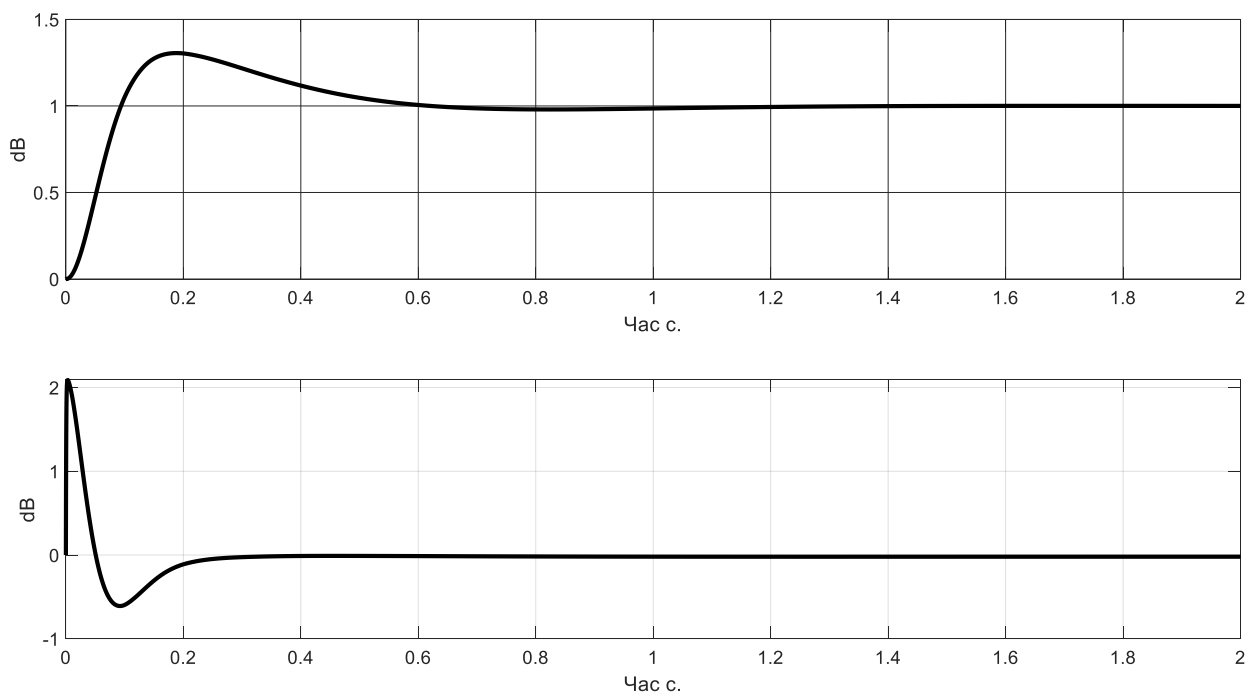


Рис. 3.10 Графіки перехідного процесу з вхідним стрибковим збуренням для дослід 3

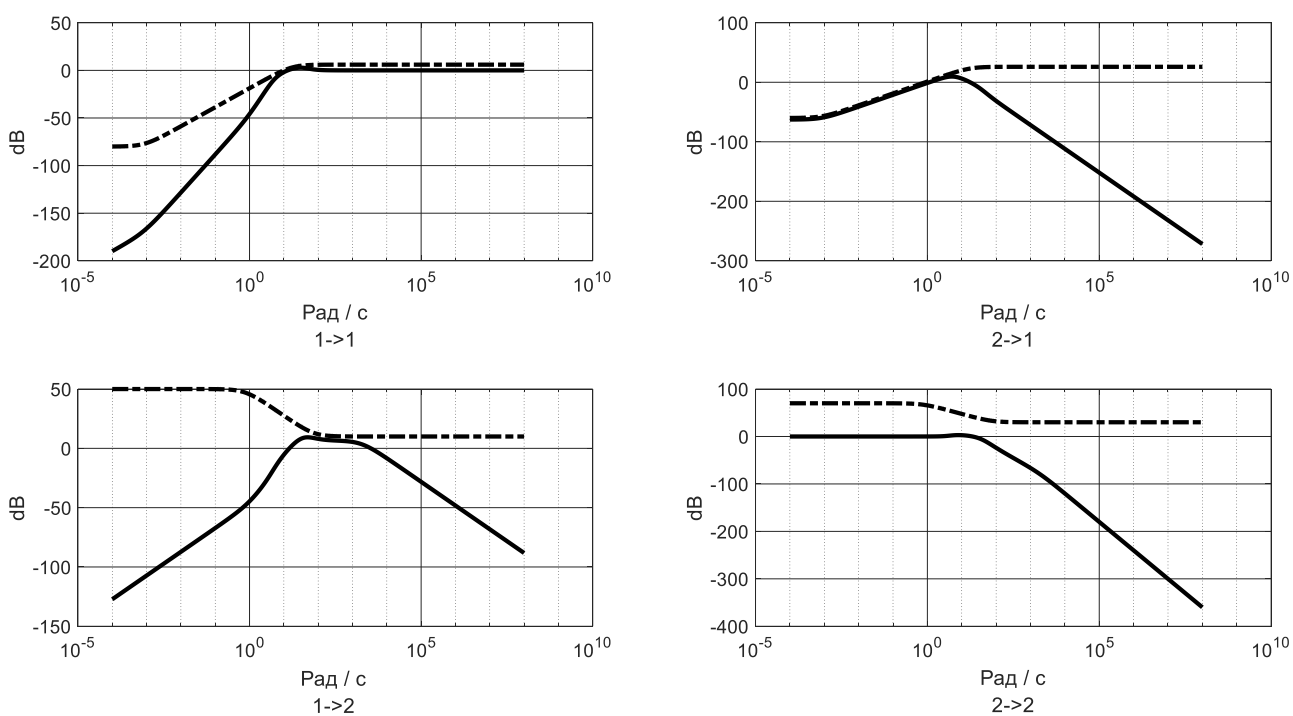


Рис. 3.11 Графіки частотних характеристик з вхідним стрибковим збуренням для дослід 3

Подамо на регулятор гармонічний сигнал різної амплітуди та частоти. Частотна характеристика ланки залишиться не змінна (при умові підстановки вимог з попереднього прикладу), проте ми зможемо дослідити перехідну характеристику, її час закінчення та амплітуду коливань. Параметри, що змінюються від досліду до досліду запишемо в таблицю 2. Результати моделювання представлені в наступних графіках, що відповідають аналогічному опису, що й попередні досліди для стрибкового зовнішнього збурення.

Таблиця 2. Дані для дослідження з вхідним гармонійним збуренням

Назва параметра	Позначення	Дослід 1	Дослід 2	Дослід 3	Дослід 4
Амплітуда	A	0,02	0,1	0,1	1
Частота	ω	1 Рад / с	20 Рад / с	50 Рад / с	1 Рад / с
Максимальне підсилення для $ W_1(j\omega) $, дБ	p_{wmax}	6	6	6	6
Мінімальне підсилення для $ W_1(j\omega) $, дБ	p_{wmin}	-80	-80	-80	-80
Значення АЧХ об'єкта керування при в області низьких та високих частот	G_0 та G_{inf}	$1/10^{p_{wmin}/20}$	$1/10^{p_{wmin}/20}$	$1/10^{p_{wmin}/20}$	$1/10^{p_{wmin}/20}$
Частота зрізу $W_1(p)$, рад/с	ω_c	200 Рад / с	200 Рад / с	200 Рад / с	200 Рад / с

Коефіцієнт передачі $W_2(p)$	K2	0,1	0,1	0,1	0,1
Максимальне підсилення для $ W_2(j\omega) $, дБ	pwmax2	10	10	10	10
Мінімальне підсилення для $ W_2(j\omega) $, дБ	pwmin2	-30	-30	-30	-30
Значення АЧХ об'єкта керування при в області низьких та високих частот	G02 та Ginf2	1/10 pwmin2/20	1/10 pwmin2/20	1/10 pwmin2/20	1/10 pwmin2/20
Частота зрізу $W_2(p)$, рад/с	wc2	200 Рад / с	200 Рад / с	200 Рад / с	200 Рад / с
Коефіцієнт передачі $W_3(p)$	K3	0,1	0,1	0,1	0,1

Досліди 1-3 будуть проведені для дослідження робастної системи керування, а дослід 4 буде спрямований на аналіз дії зовнішнього гармонічного збурення на систему автоматичного керування, розроблену за допомогою звичайних методів, що опираються загальновідомі відомості про систему та її фізичні властивості.

Дослід 1.

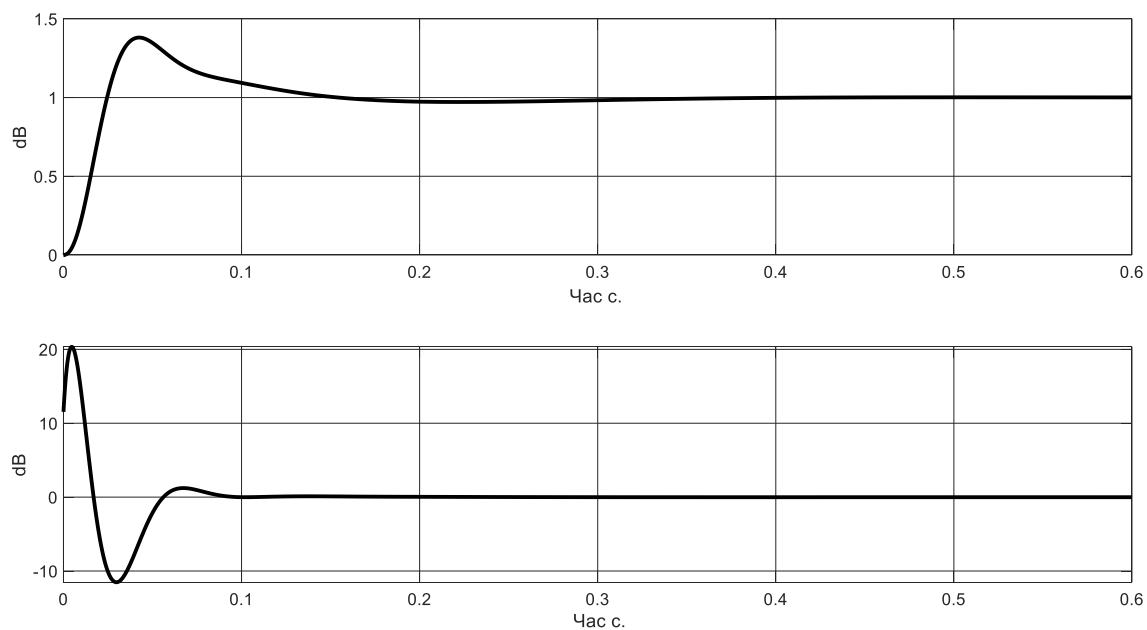


Рис. 3.12 Графіки перехідного процесу з вхідним гармонічним збуренням для дослідів 1

Дослід 2

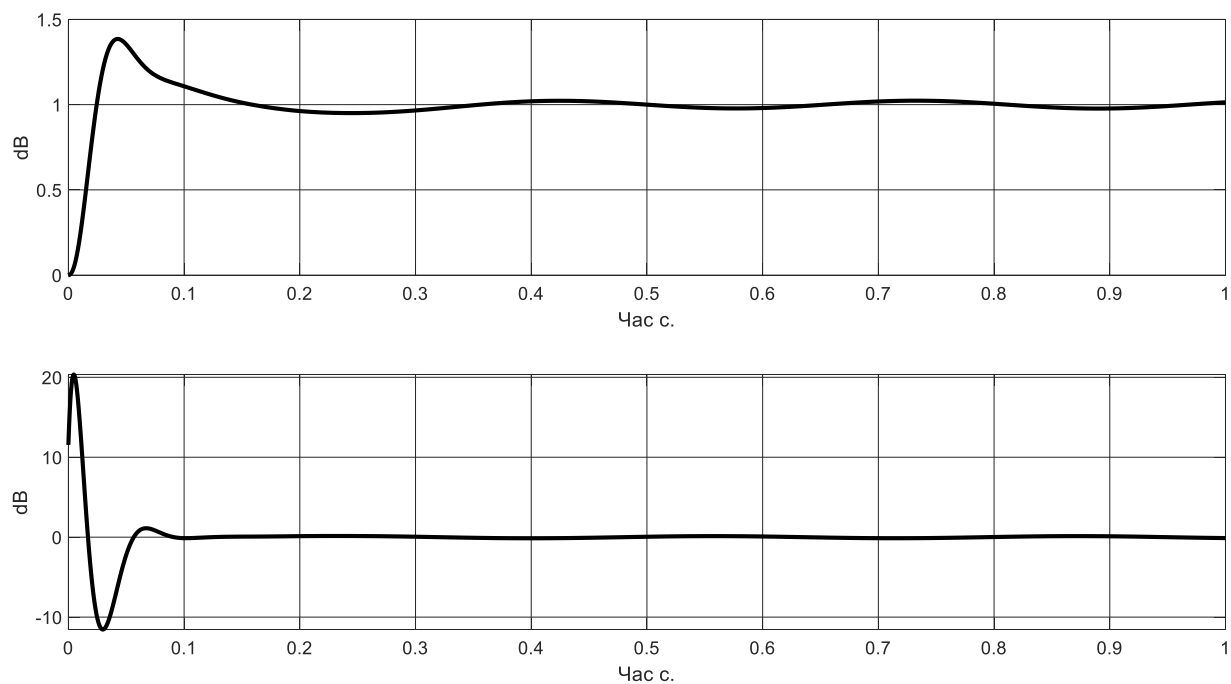


Рис. 3.13 Графіки перехідного процесу з вхідним гармонічним збуренням для дослідів 2

Дослід 3

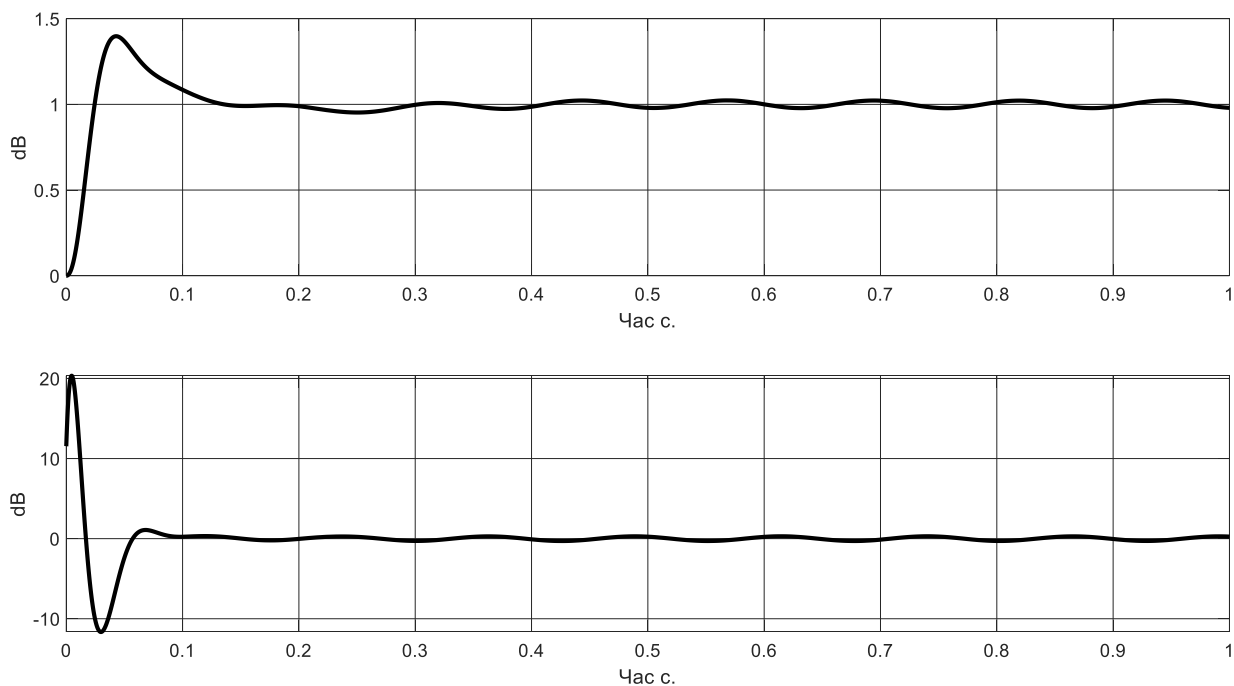


Рис. 3.14 Графіки перехідного процесу з вхідним гармонічним збуренням для дослідів 3

Дослід 4

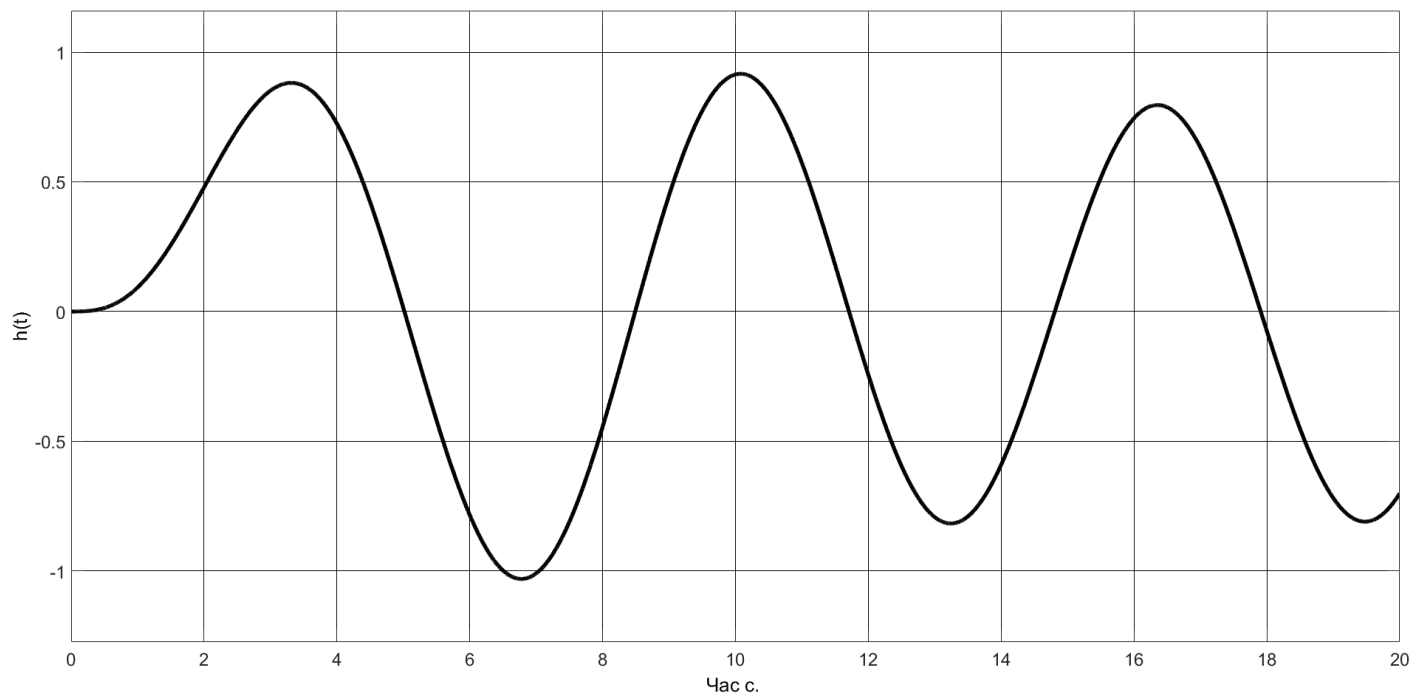
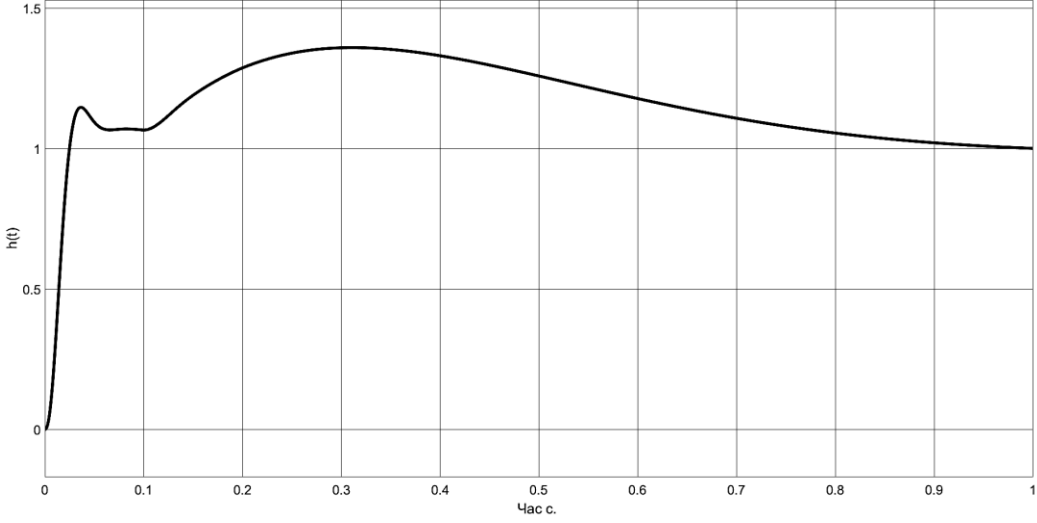
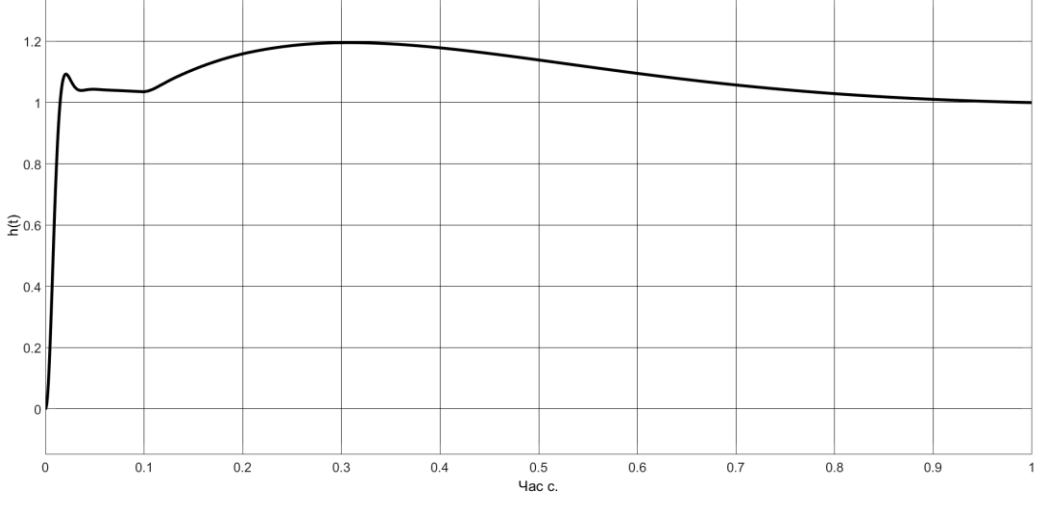
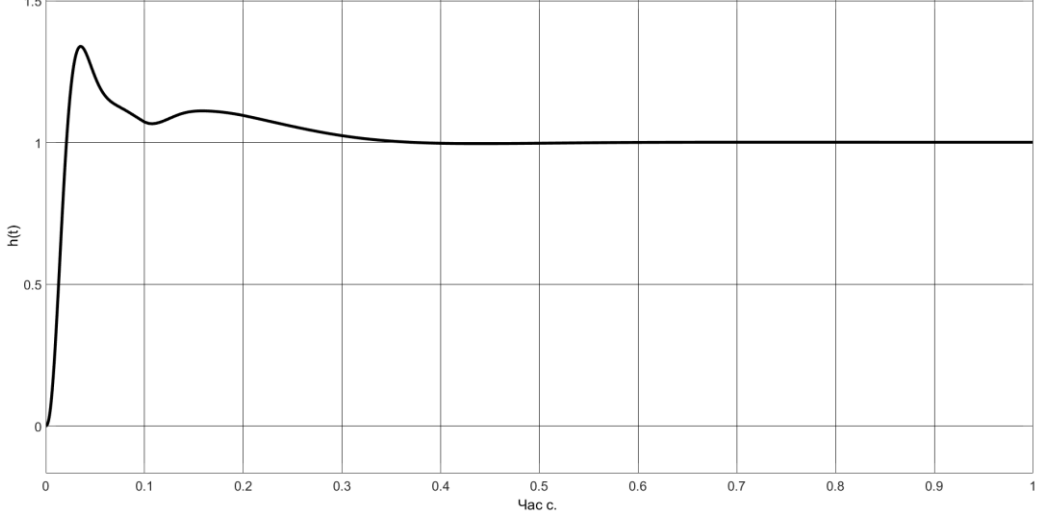


Рис. 3.14 Графік перехідного процесу з вхідним гармонічним збуренням для дослідів 4.

Таблиця 3. Дослідження впливу зміни параметрів на величину похибок

Дані	Графік частотної характеристики системи
$K_2 = 0.1$ $K_3 = 0.1$	 <p>The graph shows the time response $h(t)$ for $K_2 = 0.1$ and $K_3 = 0.1$. The x-axis represents time in seconds (Час с.) from 0 to 1. The y-axis represents $h(t)$ from 0 to 1.5. The curve starts at (0,0), reaches a local peak of ~1.15 at $t \approx 0.05$, a local minimum of ~1.05 at $t \approx 0.1$, a global maximum of ~1.35 at $t \approx 0.3$, and then slowly approaches 1.0 as t increases to 1.</p>
$K_2 = 0.01$ $K_3 = 0.1$	 <p>The graph shows the time response $h(t)$ for $K_2 = 0.01$ and $K_3 = 0.1$. The x-axis represents time in seconds (Час с.) from 0 to 1. The y-axis represents $h(t)$ from 0 to 1.2. The curve starts at (0,0), reaches a local peak of ~1.1 at $t \approx 0.05$, a local minimum of ~1.05 at $t \approx 0.1$, a global maximum of ~1.2 at $t \approx 0.3$, and then slowly approaches 1.0 as t increases to 1.</p>
$K_2 = 0.1$ $K_3 = 1$	 <p>The graph shows the time response $h(t)$ for $K_2 = 0.1$ and $K_3 = 1$. The x-axis represents time in seconds (Час с.) from 0 to 1. The y-axis represents $h(t)$ from 0 to 1.5. The curve starts at (0,0), reaches a peak of ~1.3 at $t \approx 0.05$, dips to ~1.1 at $t \approx 0.1$, reaches a local maximum of ~1.15 at $t \approx 0.15$, and then decays to 1.0 by $t \approx 0.4$, remaining constant at 1.0 for the rest of the time interval.</p>

Провівши огляд отриманих результатів (таблиця 3) під час зміни коефіцієнтів системи (інші параметри взяті з дослідів 2 при кроковому входному збуренні), знайдемо похибки. Основні похибки перехідної характеристики системи вважаються максимальне значення перехідної характеристики (максимальна похибка) та час перехідного процесу. Максимальна похибка у випадках робастного регулятора повинна не перевищує 20% від усталеного значення, а час закінчення перехідного процесу у всіх випадках менший ніж 1 секунда, що значно краще ніж в системи, що була розроблена стандартним підходом. Для покращення результатів отриманих характеристик, потрібно виконати більш точний підбір параметрів для системи керування. Таким чином, при зменшенні коефіцієнта K_2 максимальне значення похибки буде зменшуватись та умова 20% від усталеного значення буде виконана. У даному випадку максимальне значення перехідного процесу було зменшено у 2 рази, а час закінчення перехідного процесу зменшився на 10%. При збільшенні коефіцієнта K_3 час перехідного процесу буде значно скорочуватись, а максимальне значення перехідного процесу залишатиметься не змінним. У нашому випадку час перехідного процесу був зменшений на 60%.

Отже, правильно підібравши параметри, можна досягти більш кращий результат, проте, покращуючи систему за рахунок збільшення чи зменшення певних параметрів, потрібно приймати до уваги той факт, що при занадто великій зміні характеристик, у результаті можна отримати гірші вихідні показники системи.

ВИСНОВОК

Проведена робота, була направлена на дослідження робастних систем автоматичного керування в умовах не визначеності при зовнішніх збуреннях. Такі системи представляють собою альтернативу стандартним методам синтезу та їх використання підвищує роботоспроможність, стійкість та точність систем, хоча і потребують при цьому обчислювальних затрат. Серед усіх можливих технологій робастного керування був обраний H_∞ -синтез для його використання при розробці системи одновимірного об'єкту. Для протиставлення використання стандартного та робастного методу, було представлено методику розробки одновісного каналу стабілізації гіростабілізованої платформи. У цій методиці представлені рівняння різного типу руху ГСП, основні вимоги та вибір параметрів, що забезпечать необхідну точність системи. Для наочного бачення, був проведений числовий розрахунок, за яким вдалося отримати графіки частотних характеристик та перехідного процесу системи, що є основним, для підведення підсумків при розробці будь якої системи автоматичного керування. Отже, при використанні стандартних методів, була розроблена система, що є стійкою, проте в результаті дії на неї зовнішнього збурення виявляє не досить гарні вихідні характеристики.

Із використанням програмного забезпечення, призначеного для автоматичної розробки регулятора робастної системи в H_∞ -синтезі, задаючи вимоги до системи та різні вхідні збурення, отримали результати: передатна функція отриманого регулятора забезпечує необхідну стійкість, точність та у відповідь на зовнішні збурення безперешкодно повертається у стабільний режим роботи. Проведене моделювання дало змогу отримати частотні характеристики передатної функції регулятора, а головне перехідну характеристику на дію зовнішнього збурення різних типів (стрибку та гармонічного сигналу), з якої можна зробити висновок, що порівняно з системою керування одноосного каналу гіростабілізованої платформи, розробленої стандартними методами, у робастній системі, при дії на неї зовнішнього збурення, перехідний процес закінчується в десять разів швидше, а максимальне його значення не виходить за межі

20% від усталеного, а у випадку з гармонічним зовнішнім збуренням першій системі взагалі не вдається відновитися, на відміну від робастної системи, яка здатна повертатися у звичайний режим роботи.

Отже, з отриманих результатів досліджень моделювання одновісного каналу стабілізації можна зробити висновок, що регулятор розроблений за H_∞ -технологією є більш стійким до зовнішніх збурень, які діють на систему ззовні. Були визначені похибки системи керування та описані запропоновані методи для їх зменшення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко. Особливості синтезу робастних регуляторів для випадків повного та неповного вимірювання вектора стану об'єкта // Національний університет біоресурсів і природокористування України – 2013 – 178 с.
2. Лазарев В.Л. Робастні системи керування у харчовій промисловості. Навч. посібник. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2003. – 150 с.
3. Олександр Суниця. Історія розвитку автоматичного керування: від автоматики до відмовостійкого керування. – URL: [www.URL: https://digiratory.ru/837](https://digiratory.ru/837) — 15.06.2018 г.
4. Поляк Б. Т. Розвиток теорії автоматичного керування. – 2009. – №3.1.
5. Бахилина И. М., Степанов С. А. Синтез грубих лінійних квадратичних гауссовських регуляторів. *Автоматика та телемеханіка*. — 1998. — № 7. — С. 96 – 106.
6. Хлебніков М.В., Щербаков П.С., Честнов В.Н. Задача лінійно-квадратичного управління: Нове рішення // Інститут проблем управління ім. В.А. Трапезникова РАН, Москва, 2015. – с. 65–66 . – № 12.
7. Поляк Б. Т. Робастна стійкість та керування / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М. : Наука, 2002. – 303 с.
8. Рогоза А.А. Метод гомотопії в задачі синтезу робастного управління по змішаному критерію в умовах дії перешкод. Ел. Журнал. Диференційні рівняння та процеси управління. Московський державний технічний університет ім. Н.У. Баумана. – 2017 р. – 52 с. – №1.
9. Прозор Д.С., к.т.н. Мураховський С.А. Робастні системи керування. *Ефективність інженерних рішень у приладобудуванні*: зб. праць XV науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених., 10-11 груд. 2019 р. Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2019, С.50 – 52.

10. Індикаторні гіроскопічні платформи. А.Д. Олександров, Е.А. Правоторов, В.Ф. Рафельсон, М.П. Фельдман: / Під ред. А.Д. Олександрова. – Москва : 1979. – 239 с.